

DV 85-06

LA METHODE SISMIQUE REFRACTION APPLIQUEE AU GENIE GEOLOGIQUE

Documents complémentaires

Additional Files



Licence



Licence

Cette première page a été ajoutée
au document et ne fait pas partie du
rapport tel que soumis par les auteurs.

Énergie et Ressources
naturelles

Québec 



Gouvernement du Québec
Ministère de l'Énergie et des Ressources
Direction générale de l'Exploration géologique et minérale

La méthode sismique réfraction appliquée au génie géologique

Notions d'interprétation

Par
Denis – Jacques Dion

DV 85–06

1986



Gouvernement du Québec
Ministère de l'Énergie et des Ressources
Direction générale de l'Exploration géologique et minérale

La méthode sismique réfraction appliquée au génie géologique Notions d'interprétation

Par

Denis-Jacques Dion

DV 85-06

1986

DIRECTION GÉNÉRALE DE L'EXPLORATION GÉOLOGIQUE ET MINÉRALE
Sous-ministre adjoint: A.F. Laurin

DIRECTION DE LA RECHERCHE GÉOLOGIQUE
Directeur: J.-L. Caty

SERVICE DE LA GÉOCHIMIE ET DE LA GÉOPHYSIQUE
Chef: F. Dompierre

Manuscrit soumis le 83-05-27

Accepté pour publication le 85-04-29

Lecteurs critiques

A. Mercier

J.-Y. Chagnon

Préparé par la Division de l'édition (Service de la géoinformation, DGEGM)





TABLE DES MATIÈRES

| | Page |
|--|-------------|
| SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS..... | VII |
| INTRODUCTION..... | 1 |
| Définitions | 1 |
| Nature des ondes sismiques et mode de propagation | 3 |
| LA MÉTHODE SISMIQUE RÉFRACTION | 5 |
| Principes fondamentaux..... | 6 |
| Trajet du front d'onde (cas deux terrains)..... | 7 |
| INTERPRÉTATION CAS DEUX TERRAINS HORIZONTAUX..... | 8 |
| Technique des distances critiques | 8 |
| Technique des temps d'intersection à l'origine..... | 10 |
| INTERPRÉTATION CAS DEUX TERRAINS SÉPARÉS PAR UN PLAN INCLINÉ.... | 11 |
| INTERPRÉTATION CAS TROIS TERRAINS HORIZONTAUX..... | 15 |
| INTERPRÉTATION CAS TROIS TERRAINS (DISPOSITION DIVERSE) | 18 |
| Cas d'un terrain en pente recouvert par un terrain horizontal..... | 18 |
| Cas de trois terrains inclinés | 20 |
| TERRAIN CACHÉ..... | 24 |
| Phénomène de disparition d'un terrain mince selon le schéma des vitesses croissantes ($V_1 < V_2 < V_3$) | 24 |
| Terrain lent intercalé | 28 |
| FORMULES GÉNÉRALES ET ABAQUES POUR TERRAINS HORIZONTAUX..... | 32 |
| Méthode des distances critiques..... | 32 |
| Méthode des temps d'intersection..... | 36 |
| CALCUL PAR LA MÉTHODE DES TROIS POINTS..... | 40 |
| VITESSE VRAIE | 45 |
| ABAQUES POUR TERRAINS INCLINÉS..... | 49 |
| Méthode des distances critiques..... | 49 |
| Méthode des temps d'intersection..... | 51 |
| Erreur possible lors du calcul pour terrains inclinés..... | 52 |

| | |
|---|-----------|
| CHOIX DE LA LONGUEUR DE LIGNE (2 TERRAINS) | 52 |
| CORRECTIONS TOPOGRAPHIQUES..... | 54 |
| Correction de profondeur de tir | 54 |
| Corrections pour les irrégularités de surface..... | 55 |
| VITESSES ET TYPES DE DÉPÔTS..... | 57 |
| PROCÉDURE DE MISE EN OEUVRE..... | 58 |
| EXEMPLES DE CALCUL..... | 62 |
| CONCLUSION..... | 69 |
| BIBLIOGRAPHIE ET RÉFÉRENCES | 71 |
| ANNEXES: | |
| I – Démonstration de l'équation (23) pour le calcul de l'épaisseur du second terrain dans le sens du pendage aval | 73 |
| II – Démonstration de l'équation (25) pour le calcul de l'épaisseur du second terrain dans le sens du pendage aval | 77 |

SYMBOLES ET ABRÉVIATIONS

- A** : désigne le point de tir normal, à proximité du géophone 1 et dans le prolongement du levé.
- B** : désigne le point de tir inverse, à proximité du géophone 12 et situé à la même distance que l'essai au point A (également dans le prolongement du levé).
- E** : Module de Young ou d'élasticité.
- ν : Coefficient de Poisson.
- ρ : Densité du milieu considéré.
- i_{12} : Angle limite de réfraction totale (angle critique) entre les terrains de vitesses V_1 et V_2 .
- i_{13} : Angle limite de réfraction totale (angle critique) entre les terrains de vitesses V_1 et V_3 .
- i_{23} : Angle limite de réfraction totale (angle critique) entre les terrains de vitesses V_2 et V_3 .
- V_n : Vitesse de l'onde longitudinale (vitesse vraie) pour le terrain considéré.
- V_n^+ : Vitesse de l'onde longitudinale, mesurée dans le sens du pendage amont, pour le terrain considéré (vitesse apparente).
- V_n^- : Vitesse de l'onde longitudinale, mesurée dans le sens du pendage aval, pour le terrain considéré (vitesse apparente).
- X_{c_1} : Distance critique, sur le graphique temps-distance, où les temps d'arrivées de l'onde directe et de l'onde réfractée au toit du second terrain sont identiques.
- $X_{c_1}^+$: Distance critique, associée au sens du pendage amont, pour l'onde réfractée au toit du second terrain.
- $X_{c_1}^-$: Distance critique, associée au sens du pendage aval, pour l'onde réfractée au toit du second terrain.
- X_{c_2} : Distance critique, sur le graphique temps-distance, où les temps d'arrivées de l'onde réfractée au toit du second et du troisième terrains sont identiques.
- $X_{c_2}^+$: Distance critique, associée au sens du pendage amont, pour l'onde réfractée au toit du troisième terrain.
- $X_{c_2}^-$: Distance critique, associée au sens du pendage aval, pour l'onde réfractée au toit du troisième terrain.
- T_{c_1} : Temps critique, sur le graphique temps-distance, où l'onde directe et l'onde réfractée au toit du second terrain arrivent en même temps.
- $T_{c_1}^+$: Temps critique, associé au sens du pendage amont, pour l'onde réfractée au toit du second terrain.
- $T_{c_1}^-$: Temps critique, associé au sens du pendage aval, pour l'onde réfractée au toit du second terrain.

- T_{C_2} : Temps critique, sur le graphique temps-distance, où les temps d'arrivées de l'onde réfractée au toit du second et du troisième terrain sont identiques.
- $T_{C_2}^+$: Temps critique, associé au sens du pendage amont, pour l'onde réfractée au toit du troisième terrain.
- $T_{C_2}^-$: Temps critique, associé au sens du pendage aval, pour l'onde réfractée au toit du troisième terrain.
- T_1 : Temps d'intersection à l'origine pour l'onde réfractée au toit du second terrain.
- T_1^+ : Temps d'intersection à l'origine pour l'onde réfractée au toit du second terrain, dans le sens du pendage amont.
- T_1^- : Temps d'intersection à l'origine pour l'onde réfractée au toit du second terrain, dans le sens du pendage aval.
- T_2 : Temps d'intersection à l'origine pour l'onde réfractée au toit du troisième terrain.
- T_2^+ : Temps d'intersection à l'origine pour l'onde réfractée au toit du troisième terrain, dans le sens du pendage amont.
- T_2^- : Temps d'intersection à l'origine pour l'onde réfractée au toit du troisième terrain, dans le sens du pendage aval.
- T_{AB} : Temps total que prend l'onde sismique générée au point A pour se rendre au point B (temps réciproque).
- T_{BA} : Temps total que prend l'onde sismique générée au point B pour se rendre au point A (temps réciproque).
- h : Profondeur du point de tir sous la surface du sol.
- H_1 : Épaisseur du premier terrain perpendiculaire à la surface du sol.
- H_1^+ : Épaisseur du premier terrain, dans le sens du pendage amont, prise perpendiculairement à la surface du sol.
- H_1^- : Épaisseur du premier terrain, dans le sens du pendage aval, prise perpendiculairement à la surface du sol.
- H_2 : Épaisseur du second terrain, perpendiculaire à la surface du sol.
- H_2^+ : Épaisseur du second terrain dans le sens du pendage amont, prise perpendiculairement à la surface du sol.
- H_2^- : Épaisseur du second terrain, dans le sens du pendage aval, prise perpendiculairement à la surface du sol.
- Φ : Angle du premier pendage.
- Ψ : Angle du second pendage.

G_1, G_n : Géophone 1, géophone n ($n =$ nombre entier).

α : Angle d'incidence critique que fait le rayon sismique réfracté au toit du second terrain, dans le sens du pendage amont.

β : Angle d'incidence critique que fait le rayon sismique réfracté au toit du second terrain, dans le sens du pendage aval.

H_0 : Épaisseur calculée pour le premier terrain, lorsque nous sommes en présence d'un terrain caché, pour les schémas de vitesse $V_1 < V_2 < V_3$ et $V_2 < V_1 < V_3$.

F : Pourcentage d'erreur maximum possible pour un terrain caché, selon le schéma de vitesse $V_1 < V_2 < V_3$.

ΔT_A : Temps de délai au point de tir A.

ΔT_{G_8} : Temps de délai associé au géophone 8.

$H_1 G_8$: Épaisseur du terrain de vitesse V_1 , au géophone 8.

$T_A G_8$: Temps pris par une onde réfractée, pour parcourir le trajet du point de tir A au géophone 8.

$H_2(G_n)$: Épaisseur du deuxième terrain de vitesse V_2 , au site du géophone n ($n = 1, 2, 3 \dots$).

INTRODUCTION

La méthode sismique réfraction, appliquée à la solution des problèmes à faible profondeur rencontrés en génie géologique, génie civil et hydrogéologie, est depuis quelques années l'outil géophysique le plus couramment employé. Le but de ce document est de présenter l'aperçu le plus détaillé possible de la théorie de base, de la méthode et de fournir les éléments essentiels, nécessaires pour l'interprétation des mesures. Ce guide met l'accent sur les méthodes d'interprétation utilisées au service de la Géotechnique du ministère de l'Énergie et des Ressources. Il couvre tous les aspects importants des différents cas qui peuvent être rencontrés lors des levés de terrain.

Nous avons cru utile de résumer ici les notions provenant de divers manuels d'instructions fournis par les manufacturiers d'appareils sismiques, les principaux articles traitant de l'application de la méthode sismique aux travaux de génie géologique et les résultats de notre propre expérience acquise durant les dix dernières années. Nos travaux à divers endroits du Québec nous ont permis de connaître certaines particularités des sols et des roches de la province et leur influence sur l'interprétation des résultats.

Dans un premier temps nous traiterons de la théorie de base, des principaux cas pouvant être rencontrés et des cas limites où la méthode s'utilise avec moins de succès. En toute fin, des exemples pratiques seront analysés, ce qui nous permettra de mieux comprendre une partie de la théorie élaborée. La liste bibliographique et les références complètent cet ouvrage et pour certains problèmes particuliers que nous n'aborderons pas, le lecteur aura avantage à s'y référer.

Définitions

La méthode sismique réfraction est basée sur le champ élastique créé artificiellement, lorsque le sol est ébranlé en un point, soit par l'explosion d'une charge de dynamite, soit par un choc mécanique (chute d'un poids). L'étude de la propagation des ondes élastiques résultant de l'ébranlement, caractérise le domaine d'étude de la méthode sismique réfraction. En fait, nous mesurons le temps de propagation des ondes sismiques, entre le point d'ébranlement et les géophones placés à la surface, selon un dispositif préalablement choisi. En sismique réfraction nous nous intéressons aux ondes réfractées à l'interface de deux milieux caractérisés par des propriétés physiques distinctes et de ce fait, par des vitesses de propagation différentes. Pour la résolution des problèmes à faible et moyenne profondeur, cette méthode s'est avérée très efficace et son emploi est de nos jours très répandu.

- a) Le front d'onde est la surface passant par l'ensemble des points en phase, à un instant T après l'ébranlement. Le principe de Huygens veut que chaque point d'un front d'onde devienne à son tour la source d'émission d'une onde secondaire qui se propage dans toutes les directions avec une vitesse égale à la vitesse de propagation des ondes dans ce milieu. Le nouveau front d'onde est trouvé en joignant les ondes secondaires par une surface tangentielle. La figure 1a représente en plan le phénomène en milieu homogène et isotrope. Ces surfaces sont alors des hémisphères concentriques au point d'ébranlement.
- b) Si le milieu considéré est homogène, isotrope et parfaitement élastique, la notion des coefficients élastiques suivants peut être introduite:
 - i) Module de Young ou d'élasticité (E), qui se définit comme le rapport de la tension normale à la section sur l'allongement (voir figure 1b).
 - ii) Le coefficient de Poisson (ν) est le rapport de la contraction transversale sur l'allongement (voir figure 1b).

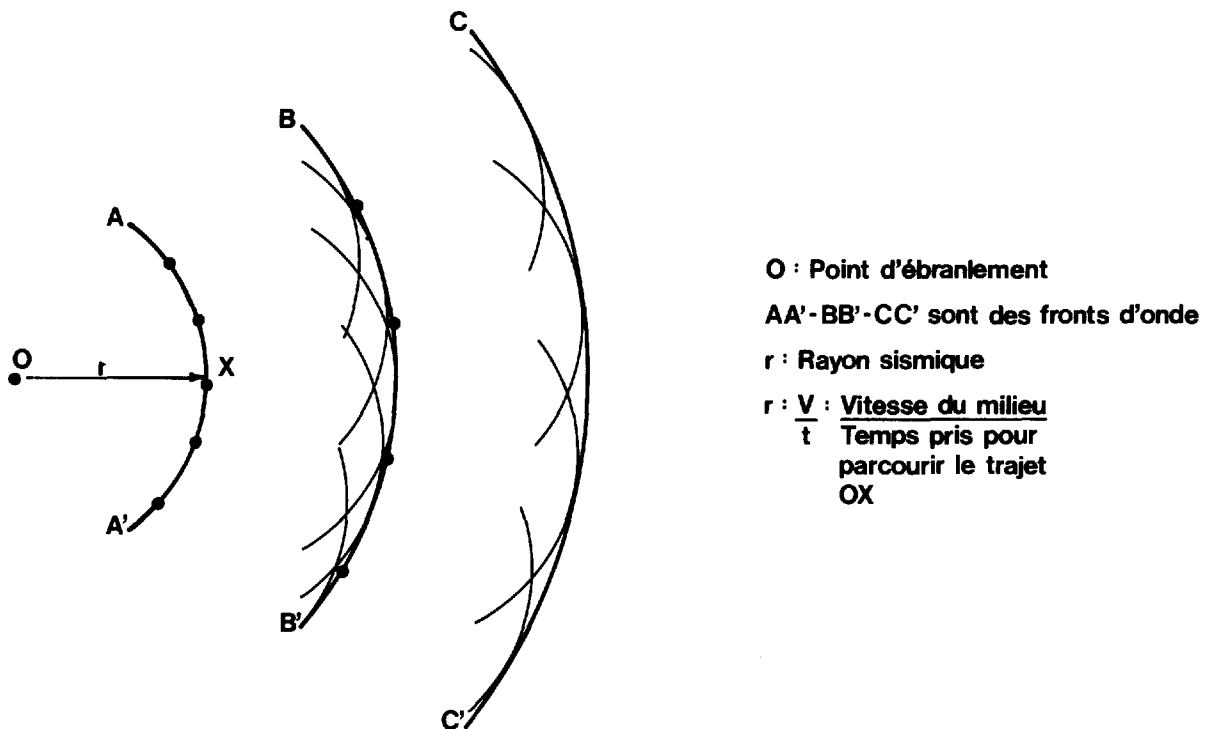
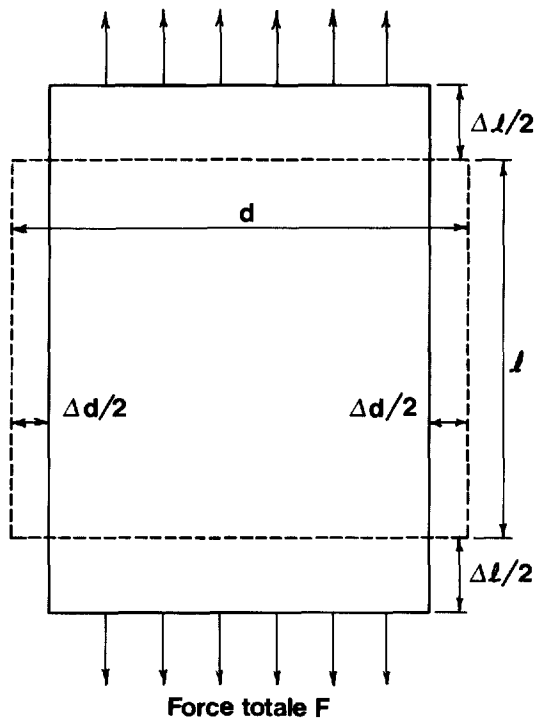


Figure 1a — Vue en plan montrant une partie des fronts d'ondes dans un milieu homogène et isotrope.



Les lignes pointillées représentent la forme avant déformation de l'élément de sol.

$E : \frac{F/S}{\Delta l/l}$ Module de Young ou d'élasticité

$\nu : \frac{\Delta d/d}{\Delta l/l}$ Coefficient de Poisson

Figure 1b — Effet de la tension sur un élément de sol.

Ceux-ci s'expriment comme suit:

$$E = \frac{F/S}{\Delta l/l} \quad \text{et} \quad \nu = \frac{\Delta d/d}{\Delta l/l}$$

$\frac{F}{S}$ = tension normale appliquée sur la section S.

$\Delta d/d$ = diminution Δd rapportée à la section au repos.

$\Delta l/l$ = allongement Δl rapporté à la longueur l au repos.

- c) Le rayon sismique est une ligne perpendiculaire aux fronts d'ondes définis en a. D'après le principe de Fermat (voir figure 1a), tout rayon, partant d'une source donnée et atteignant un point, correspond au temps de trajet minimum par rapport aux parcours voisins. Le rayon sismique n'a donc aucune réalité physique mais il est plus commode pour le raisonnement que les surfaces d'ondes elles-mêmes (voir figure 1a).

Nature des ondes sismiques et mode de propagation

Si une contrainte est appliquée ou relâchée soudainement en un point à la surface du sol, trois types d'ondes se propagent à partir de l'impulsion et sont caractérisés par des vitesses différentes. Deux de ces types sont des ondes de volume et le troisième est représenté par les ondes de surface.

a) Les ondes de volume incluent:

- les ondes longitudinales (de compression ou primaire) où le mouvement des particules se fait parallèlement à la direction de propagation (figure 2a). La vitesse de propagation des ondes longitudinales peut s'exprimer par la formule suivante:

$$V_l = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}$$

où ρ est la densité

E et ν sont respectivement le module de Young et le coefficient de Poisson.

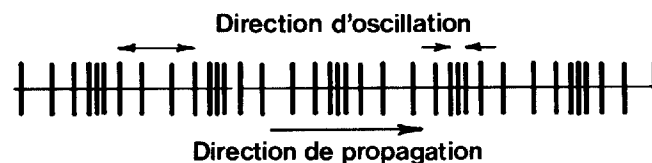


Figure 2a — Mode de propagation de l'onde longitudinale dans le sol.

— les ondes transversales (de cisaillement ou secondaire) pour lesquelles la vibration se fait perpendiculairement à la direction de propagation (figure 2b). Leur vitesse de propagation est donnée par la relation suivante :

$$V_{\tau} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1 + \nu)}}$$

Dans la plupart des roches et des sols, les ondes transversales ont une vitesse légèrement supérieure à la demi-vitesse des ondes longitudinales.

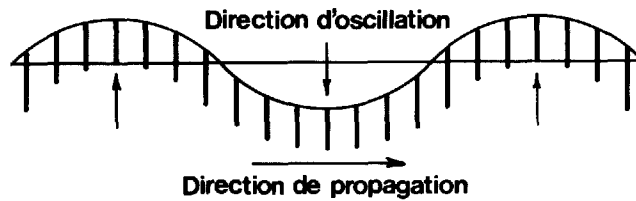


Figure 2b — Mode de propagation de l'onde transversale dans le sol.

b) Les ondes de surface :

À proximité de la surface libre d'un terrain semi-infini, les particules vibrent selon des ellipses dont le plan est parallèle à la direction de propagation et perpendiculaire à cette surface (onde de Rayleigh, figure 2c), ou vibrent dans un plan parallèle à la surface et perpendiculaire à la direction de propagation (onde de Love, figure 2d). Ces ondes ne sont pas utilisées en sismique réflexion, car leurs arrivées sont masquées par les ondes de volume plus rapides.

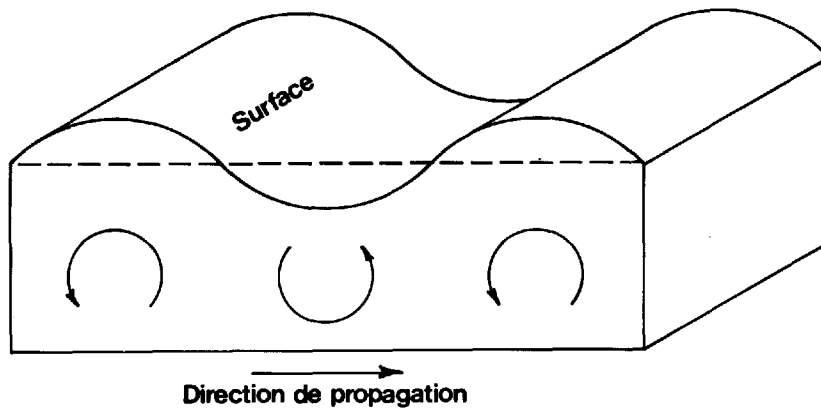


Figure 2c — Mode de propagation de l'onde de Rayleigh dans le sol.

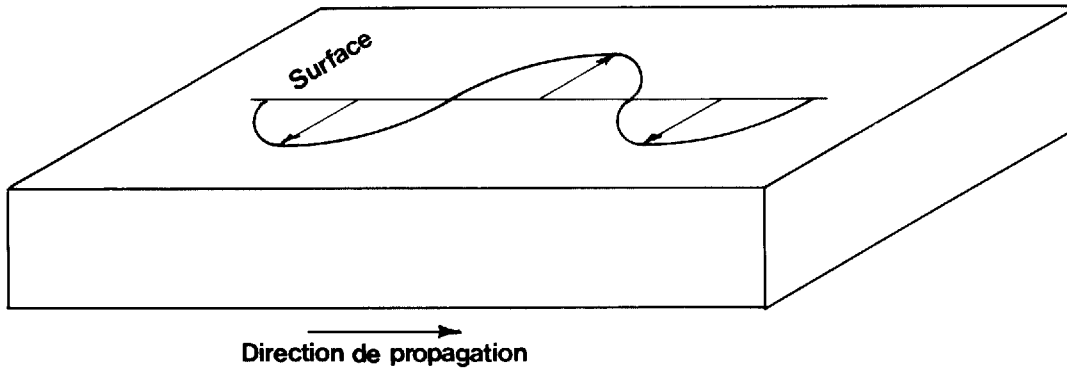
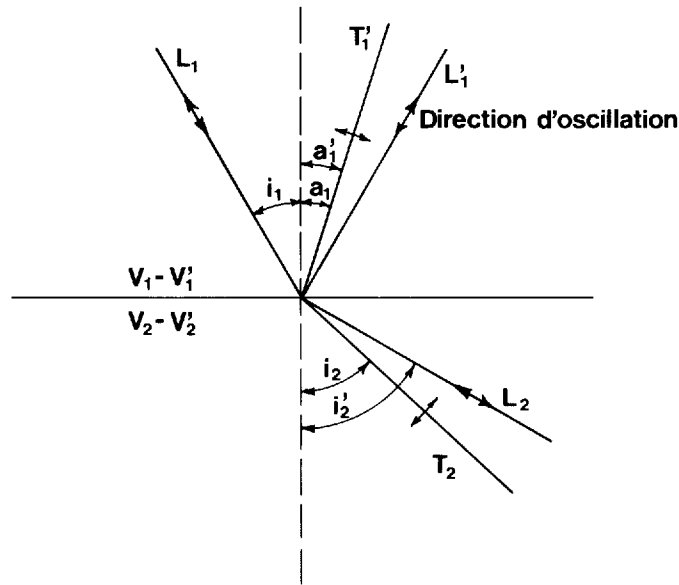


Figure 2d — Mode de propagation de l'onde de Love dans le sol.

LA MÉTHODE SISMIQUE RÉFRACTION

Lorsqu'une onde de volume longitudinale (ou transversale) arrive avec une vitesse V_1 (ou V'_1) à la surface de séparation de deux milieux homogènes et isotropes, une partie de l'énergie est réfléchiée suivant une onde longitudinale de vitesse V_1 et une onde transversale de vitesse V'_1 et une autre partie est réfractée suivant une onde longitudinale de vitesse V_2 et une onde transversale de vitesse V'_2 . La figure 3a nous fait voir la relation qui existe entre les vitesses et les angles d'incidence des rayons sismiques associés aux différentes vitesses.



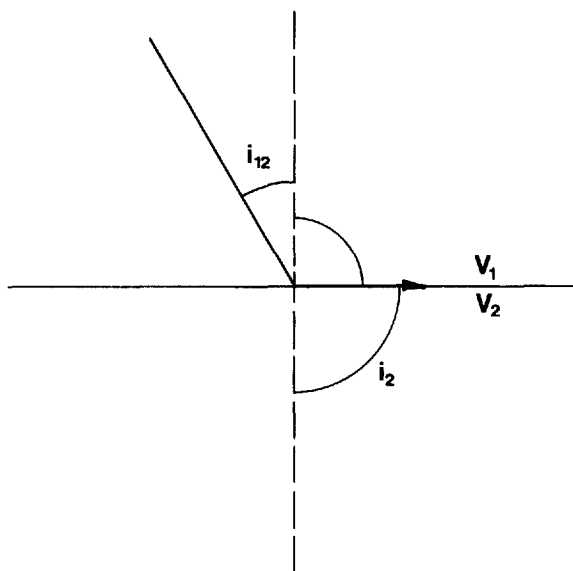
$$\frac{\sin i_1}{V_1} = \frac{\sin a_1}{V_1} = \frac{\sin a'_1}{V'_1}$$

et

$$\frac{\sin i_1}{V_1} = \frac{\sin i_2}{V_2} = \frac{\sin i'_2}{V'_2}$$

Figure 3a — Relation entre l'angle d'incidence et les angles réfléchis et réfractés, à l'interface de deux milieux homogènes et isotropes.

L'angle critique, c'est-à-dire l'angle limite de réfraction totale, est donné lorsque $i_2 = 90^\circ$ et s'exprime par $\sin i_{12} = \frac{V_1}{V_2}$. C'est la relation fondamentale (loi de Snell) pour le développement des formules utilisées en calcul sismique réfraction (figure 3b).



L'angle limite de réfraction
totale $i_2 = 90^\circ$ est lié par :
$$\sin i_{12} = \frac{V_1}{V_2}$$

Figure 3b — Angle limite de réfraction et relation entre les vitesses (cas deux terrains).

Principes fondamentaux

Nous ne considérons que les déformations élastiques de compression (onde longitudinale) qui se propagent dans les terrains suivant des vitesses maximales. Ces vitesses caractérisent les différents milieux supposés homogènes. Lorsque les vitesses des différents terrains en présence augmentent en fonction de la profondeur, leur investigation par sismique réfraction est alors possible et ce, avec un minimum d'erreur. Nous cherchons à caractériser les divers terrains par leur vitesse propre. En pratique la méthode demande à la fois la production d'un ébranlement et l'enregistrement de l'arrivée des ondes aux capteurs (géophones) placés à différentes distances du point de tir. Sur un film sont enregistrés :

- la base de temps (généralement à des intervalles de 0,002 s);
- l'instant de l'ébranlement;
- l'arrivée des fronts d'ondes aux géophones.

Trajet du front d'onde (cas deux terrains)

Le cas le plus simple rencontré en sismique réfraction est celui de deux terrains isotropes séparés par un plan parallèle à la surface du sol. L'exemple de la figure 4a représente, en section, les positions successives du front d'onde (onde longitudinale) généré lors de la détonation d'une charge explosive au point A. Dans ce schéma, les fronts d'ondes sont successivement fixés à tous les 0,01 s (10 millisecondes) et représentent les lieux où l'énergie est le plus en avant pour les temps indiqués. Au passage du front d'onde, du milieu 1 au milieu 2, on note une distorsion de l'enveloppe dans le nouveau milieu. Dans cette figure, le point C représente le lieu du début de la réfraction. L'angle i_{12} est égal à $\text{arc sin } V_1/V_2$, $V_1 = 1\ 000\ \text{m/s}$, $V_2 = 4\ 000\ \text{m/s}$ d'où $i_{12} = 14^\circ 30'$. La distance $\overline{AJ} = H_1 = 20\ \text{m}$, pour sa part, $\overline{AC} = \overline{AJ} / \cos i_{12} = 20,66\ \text{m}$ et la distance $\overline{JC} = 5,16\ \text{m}$.

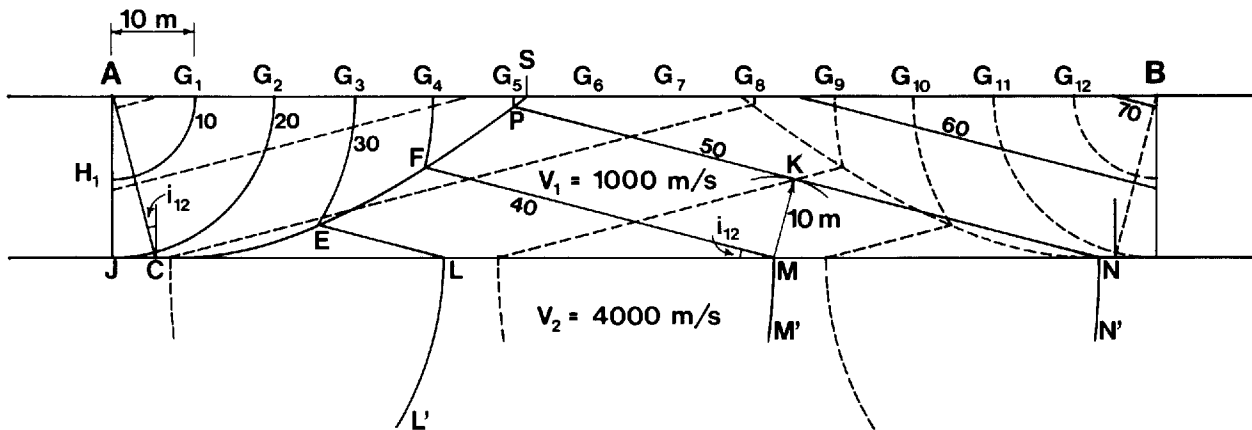


Figure 4a Position des fronts d'ondes (onde longitudinale), cas deux terrains séparés par un plan horizontal.

Pour parcourir \overline{AC} à $1\ 000\ \text{m/s}$ il faut donc 20,66 millisecondes. L'enveloppe LL' représente l'enveloppe du front d'onde à 0,030 s pour le second milieu. Du point C une partie de l'énergie est réfractée vers la surface. Ceci se traduit, pour le premier milieu, par le fait que l'enveloppe des ondes réfractées (EL) est en avance sur le trajet des ondes directes de 0,030 s. De même, les enveloppes MF et NP des ondes réfractées sont elles aussi plus en avance que les trajets directs de 0,040 et 0,050 s. Le rapport $\overline{MK} / \overline{MN} = V_1 / V_2$, fait que les points C, E, F, P et S sont les lieux où les ondes directes et réfractées arrivent en même temps. Les géophones (G), placés en surface, captent le temps pris par l'onde longitudinale pour parcourir les différents trajets AG_1, \dots, AG_n . L'instant de l'ébranlement $T = 0$, l'arrivée des fronts d'onde aux géophones TG_1, \dots, TG_n et les distances AG_1, \dots, AG_n , nous permettent de tracer les dromochroniques (graphique temps-distances) en portant en abscisse les distances et en ordonnée les temps de parcours correspondants (figure 4b). Les pentes des deux segments de la dromochronique fournissent les valeurs des vitesses V_1 et V_2 .

$$\text{tg } \alpha = 1/V_1$$

$$\text{tg } \beta = 1/V_2$$

Le graphique (figure 4b), dérivé du schéma des fronts d'onde de la figure 4a, nous fournit les vitesses des deux milieux. Ce sont les vitesses vraies, car les terrains sont parallèles et isotropes ($V_1 = 1\ 000\ \text{m/s}$ et $V_2 = 4\ 000\ \text{m/s}$ pour les points de tir A et B); les points de tir et les géophones sont dans un même plan horizontal.

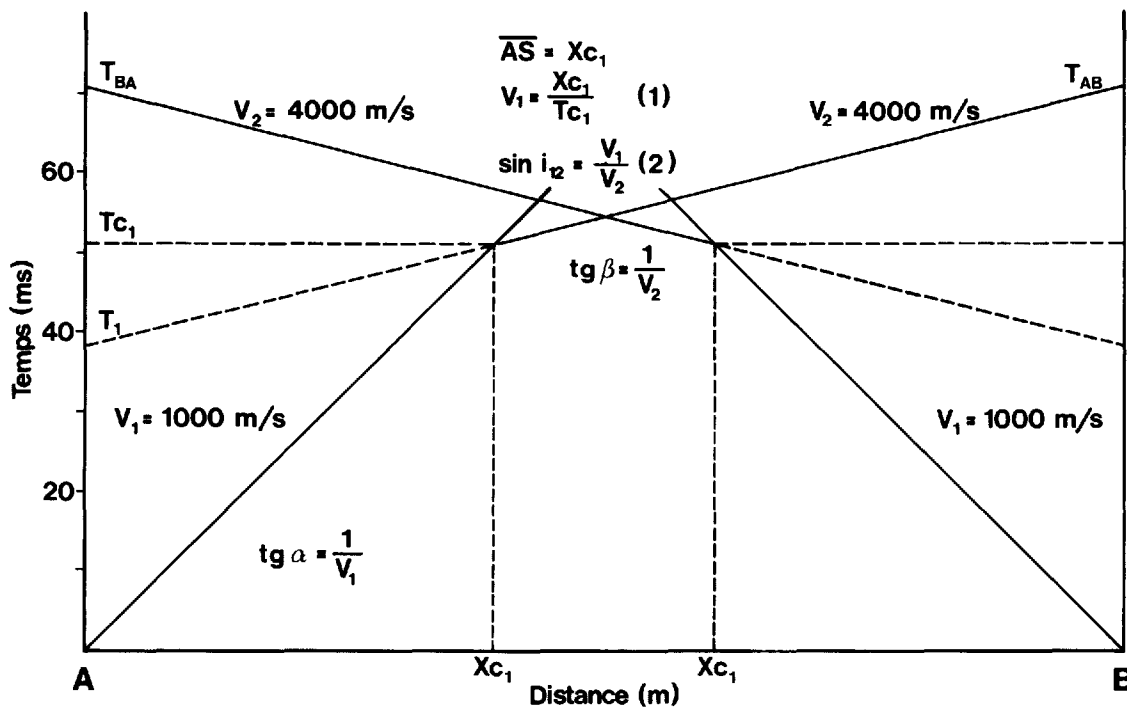


Figure 4b — Dromochroniques dérivées du schéma de la figure 4a.

INTERPRÉTATION CAS DEUX TERRAINS HORIZONTAUX

Techniques des distances critiques

Nous ferons appel aux rayons sismiques pour faciliter la dérivation de la formule du calcul de l'épaisseur H_1 du premier terrain (figure 4c). Considérons le point S, qui représente le lieu où les ondes directes et réfractées arrivent en même temps à la surface. Ceci implique que T_1 , temps de parcours de l'onde directe, et T_{c1} , temps de parcours de l'onde réfractée sont égaux.

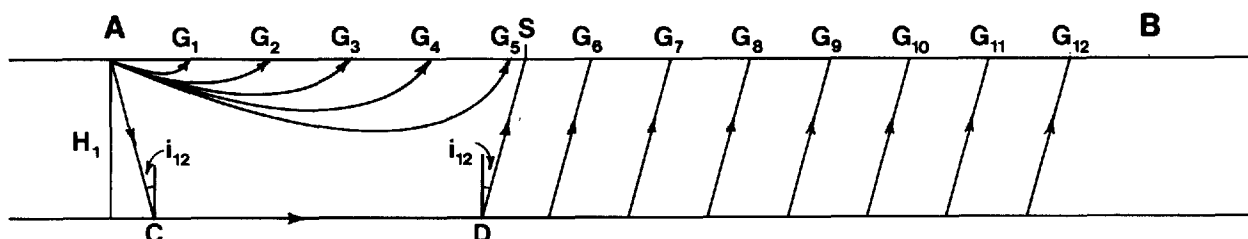


Figure 4c — Représentation schématique des rayons sismiques, pour le cas de la figure 4a.

$$T_1 = \frac{\overline{AS}}{V_1} = T_{c_1} = \frac{\overline{AC}}{V_1} + \frac{\overline{CD}}{V_2} + \frac{\overline{DS}}{V_1}$$

ou

$$\frac{\overline{AS}}{V_1} = \frac{\overline{CD}}{V_2} + \frac{2\overline{AC}}{V_1} \quad (3)$$

avec

$$\overline{AC} = H_1 / \cos i_{12}$$

et

$$\overline{CD} = \overline{AS} - 2H_1 \operatorname{tg} i_{12} \text{ (relation trigonométrique).}$$

En remplaçant \overline{AS} par X_{c_1} dans l'équation (3), nous retrouvons que :

$$\frac{X_{c_1}}{V_1} = \frac{2H_1}{\cos i_{12} V_1} + \frac{X_{c_1}}{V_2} - \frac{2H_1 \operatorname{tg} i_{12}}{V_2} \quad (4)$$

ou

$$\frac{X_{c_1}}{V_1} = \frac{X_{c_1}}{V_2} + \frac{2H_1}{\cos i_{12}} \left(\frac{1}{V_1} - \frac{\sin i_{12}}{V_2} \right) \quad (5)$$

En isolant X_{c_1} et en remplaçant $\sin i_{12}$ par V_1/V_2 et $\cos i_{12}$ par $\frac{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}}{V_2}$ (car $\sin^2 i + \cos^2 i = 1$) dans (5), nous retrouvons que :

$$X_{c_1} \left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2} \right) = \frac{2H_1 V_2}{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}} \left(\frac{1}{V_1} - \frac{V_1}{V_2^2} \right)$$

ou

$$X_{c_1} \left(\frac{V_2 - V_1}{V_1 V_2} \right) = \frac{2H_1}{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}} \left(\frac{V_2}{V_1} - \frac{V_1}{V_2} \right)$$

Par simplification, nous aurons donc :

$$\frac{X_{c_1} (V_2 - V_1)}{2 (V_1 V_2)} = \frac{H_1 \sqrt{V_2^2 - V_1^2}}{V_1 V_2}$$

et en isolant H_1 , nous trouvons :

$$H_1 = \frac{X_{c_1} (V_2 - V_1)}{2 (V_1 V_2)} \frac{V_1 V_2}{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}}$$

ou encore :

$$H_1 = \frac{X_{c_1}}{2} \sqrt{\frac{V_2 - V_1}{V_2 + V_1}} \quad (6)$$

L'équation précédente peut également prendre la forme suivante :

$$H_1 = \frac{Xc_1 (1 - \sin i_{12})}{2 \cos i_{12}}$$

L'équation (6) est la formule qui nous permet de calculer l'épaisseur du premier milieu, si le toit du réfracteur est parallèle à la surface, à partir des distances critiques et des vitesses V_1 et V_2 fournies par les dromochroniques.

Technique des temps d'intersection à l'origine

De même si l'on considère le temps nécessaire pour parcourir la distance \overline{AS} (le lieu où les ondes directes et réfractées arrivent en même temps), nous aurons :

$$T_{c_1} = \overline{TAC} + \overline{TCD} + \overline{TDS} \text{ (figures 4b et 4c)}$$

Le temps pour parcourir ce trajet s'exprime par la relation (4)

donc :

$$T_{c_1} = \frac{2H_1}{\cos i_{12} V_1} + \frac{Xc_1}{V_2} - \frac{2H_1 \operatorname{tg} i_{12}}{V_2}$$

ou

$$T_{c_1} = \frac{Xc_1}{V_2} + \frac{2H_1}{\cos i_{12} V_1} - \frac{2H_1 \sin i_{12}}{\cos i_{12} V_2}$$

En remplaçant V_2 par $V_1/\sin i_{12}$, nous aurons :

$$T_{c_1} = \frac{Xc_1}{V_2} + \frac{2H_1}{\cos i_{12} V_1} - \frac{2H_1 \sin^2 i_{12}}{\cos i_{12} V_1}$$

et par simplification,

$$T_{c_1} = \frac{Xc_1}{V_2} + \frac{2H_1}{\cos i_{12} V_1} (1 - \sin^2 i_{12}) \quad (7)$$

Comme $\sin^2 i + \cos^2 i = 1$ et en remplaçant dans (7), nous retrouvons :

$$T_{c_1} = \frac{Xc_1}{V_2} + \frac{2H_1 \cos^2 i_{12}}{\cos i_{12} V_1} = \frac{Xc_1}{V_2} + \frac{2H_1 \cos i_{12}}{V_1} \quad (8)$$

La relation (8) représente l'équation d'une droite de pente $1/V_2$ et d'ordonnée à l'origine égale à $2H_1 \cos i_{12}/V_1$. Le temps d'intersection T_1 à $X = 0$ vaut $\frac{2H_1 \cos i_{12}}{V_1}$ et de là, nous pouvons calculer l'épaisseur H_1 grâce au temps d'intersection sur l'ordonnée :

$$H_1 = \frac{T_1 V_1}{2 \cos i_{12}}$$

ou encore, exprimé différemment:

$$H_1 = \frac{T_1}{2} \frac{V_1 V_2}{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}} \quad (9)$$

Le temps T_1 nous est donné, en prolongeant la droite de pente $1/V_2$ sur l'ordonnée à l'origine, les vitesses V_1 et V_2 par les dromochroniques.

INTERPRÉTATION CAS DEUX TERRAINS SÉPARÉS PAR UN PLAN INCLINÉ

Nous avons vu le cas simple de deux terrains parallèles, mais dans la nature le cas se présente rarement. Le plus souvent, la vitesse observée du second milieu réfracteur diffère aux deux points de tir situés de part et d'autre d'un même dispositif sismique. La notation suivante sera utilisée (figure 5a):

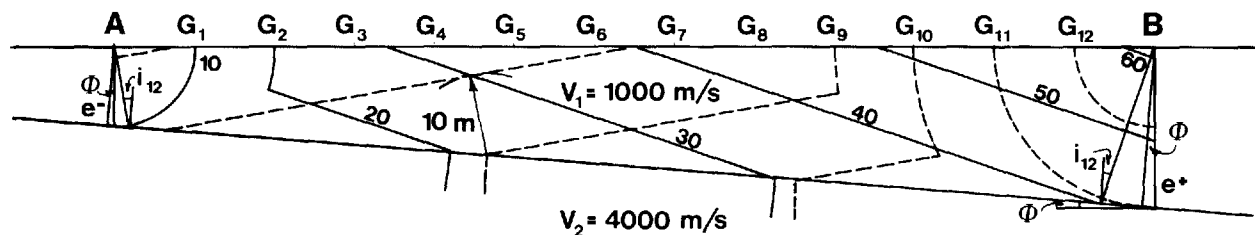


Figure 5a — Position des fronts d'ondes (onde longitudinale), cas deux terrains séparés par un plan faisant un angle Φ avec l'horizontale.

La vitesse $V_2^- = V_2$ aval (ou vitesse apparente du second terrain relative aux ondes se dirigeant vers l'aval du réfracteur.

La vitesse $V_2^+ = V_2$ amont (ou vitesse apparente du second terrain relative aux ondes se dirigeant vers l'amont du réfracteur.

Φ est l'angle que fait le plan réfracteur avec la surface.

$$V_2^- = V_1 / \sin(i_{12} + \Phi) < V_2^+ = V_1 / \sin(i_{12} - \Phi)$$

Nous procéderons comme dans le cas précédent pour développer la formule du calcul de l'épaisseur du premier terrain par les distances critiques (figure 5b). Considérons le temps critique T_{C_1} relatif au point de tir A.

On a
$$T_{C_1} = \frac{\overline{AC}}{V_1} + \frac{\overline{CD}}{V_2} + \frac{\overline{DS}}{V_1}$$

ou exprimé différemment:

$$T_{C_1} = \frac{e_1^-}{\cos i_{12} V_1} + \frac{X_{C_1} \cos \Phi}{V_2} - \frac{2e_1^- \operatorname{tg} i_{12}}{V_2} - \frac{X_{C_1} \sin \Phi \operatorname{tg} i_{12}}{V_2} + \frac{e_1^-}{\cos i_{12} V_1} + \frac{X_{C_1} \sin \Phi}{\cos i_{12} V_1} \quad (10)$$

En substituant V_2 par $V_1/\sin i_{12}$, nous retrouvons :

$$T_{\bar{C}_1} = \frac{2e_1^-}{\cos i_{12} V_1} - \frac{2e_1^- \sin^2 i_{12}}{\cos i_{12} V_1} + \frac{X_{\bar{C}_1}}{V_1} \left(\cos \Phi \sin i_{12} + \frac{\sin \Phi}{\cos i_{12}} - \frac{\sin \Phi \sin^2 i_{12}}{\cos i_{12}} \right)$$

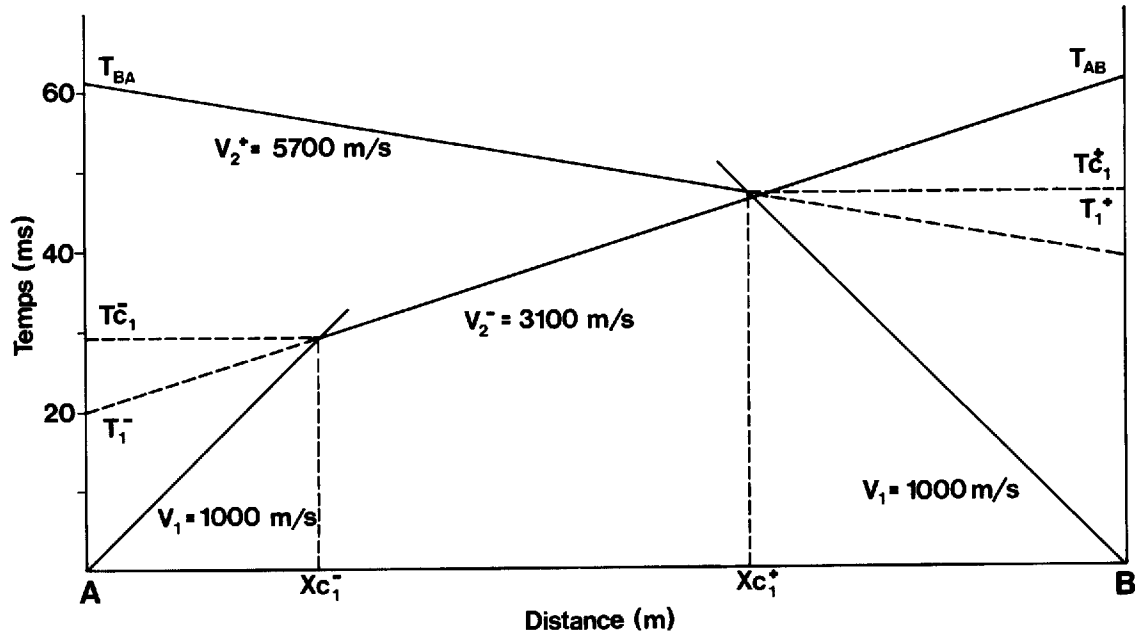


Figure 5b — Dromochroniques et représentation schématique des rayons sismiques, dérivés de la figure 5a.

Comme $\sin^2 i = 1 - \cos^2 i$, nous aurons que l'équation précédente deviendra égale à :

$$\frac{2e_1^- \cos i_{12}}{V_1} + \frac{X_{\bar{C}_1}}{V_1} (\cos \Phi \sin i_{12} + \sin \Phi \cos i_{12})$$

Et comme $\cos \Phi \sin i_{12} + \sin \Phi \cos i_{12}$ égale $\sin (i_{12} + \Phi)$, nous aurons, après remplacement :

$$T_{\bar{C}_1} = \frac{2e_1^- \cos i_{12}}{V_1} + \frac{X_{\bar{C}_1}}{V_1} \sin (i_{12} + \Phi)$$

De même

$$T_{\bar{C}_1} = \frac{X_{\bar{C}_1}}{V_1}$$

et en égalant les deux équations, l'on se retrouve finalement avec :

$$\frac{X_{\bar{C}_1}}{V_1} (1 - \sin (i_{12} + \Phi)) = \frac{2e_1^- \cos i_{12}}{V_1} \quad (11)$$

ou

$$e_1^- = \frac{X_{\bar{C}_1} (1 - \sin (i_{12} + \Phi))}{2 \cos i_{12}}$$

e_1^- représentant l'épaisseur suivant la perpendiculaire au contact (surface de séparation du terrain 1 et du terrain 2).

Pour le tir au point B, nous trouverions,

$$e_1^+ = X_{\bar{C}_1}^+ \frac{(1 - \sin (i_{12} - \Phi))}{2 \cos i_{12}}$$

L'épaisseur H_A , sous le point de tir A (perpendiculaire à la surface du sol), devient (dans le sens du pendage aval) :

$$H_A = H_1^- = \frac{X_{\bar{C}_1} (1 - \sin (i_{12} + \Phi))}{2 \cos i_{12} \cos \Phi} \quad (12)$$

et sous le point de tir B (dans le sens du pendage amont) :

$$H_B = H_1^+ = \frac{X_{\bar{C}_1}^+ (1 - \sin (i_{12} - \Phi))}{2 \cos i_{12} \cos \Phi} \quad (13)$$

L'épaisseur calculée est appliquée à l'aplomb du point d'ébranlement. Le pendage Φ et la vitesse vraie du réfracteur nous sont donnés par les expressions suivantes :

$$\sin (i_{12} + \Phi) = \frac{V_1}{V_2^-}$$

$$\sin (i_{12} - \Phi) = \frac{V_1}{V_2^+}$$

$$V_2 = \frac{2 \cos \Phi (V_2^+ V_2^-)}{V_2^+ + V_2^-} \quad (14)$$

et

$$\Phi = \frac{1}{2} \left(\arcsin \frac{V_1}{V_2^-} - \arcsin \frac{V_1}{V_2^+} \right) \quad (15)$$

Lorsque le pendage est faible et le rapport V_2/V_1 grand, on peut faire une interprétation approximative en utilisant la formule suivante :

$$V_2^* = 2 \frac{V_2^+ V_2^-}{V_2^+ + V_2^-} \text{ (pour une approximation de la valeur de la vitesse vraie du deuxième terrain)}$$

et en employant les deux formules suivantes pour évaluer les épaisseurs H_1^- et H_1^+ :

$$H_1^- = \frac{Xc_1^-}{2} \sqrt{\frac{V_2^* - V_1}{V_2^* + V_1}}$$

$$H_1^+ = \frac{Xc_1^+}{2} \sqrt{\frac{V_2^* - V_1}{V_2^* + V_1}}$$

Une erreur inférieure à 5%, sur l'évaluation de l'épaisseur, est introduite lorsque les deux formules ci-haut sont utilisées et ce pour des pendages inférieurs à 10° et des rapports V_2/V_1 vrais supérieurs à 5. Dans une prochaine section, nous traiterons plus à fond des pourcentages d'erreurs rattachés à l'utilisation de ces deux formules.

De la même façon, les temps d'intersections trouvés en prolongeant les droites de pente $1/V_2^-$ et de pente $1/V_2^+$ sur l'ordonnée à l'origine, T_1^- et T_1^+ , sont employés pour calculer les épaisseurs sous les points de tir A et B. L'équation (11) s'écrit :

$$T_1^- = \frac{2e_1^- \cos i_{12}}{V_1}$$

et de là :

$$H_1^- = \frac{T_1^- V_1}{2 \cos i_{12} \cos \Phi} \quad (16)$$

Pour sa part, l'épaisseur dans le sens du pendage amont sera calculée par :

$$H_1^+ = \frac{T_1^+ V_1}{2 \cos i_{12} \cos \Phi} \quad (17)$$

INTERPRÉTATION CAS TROIS TERRAINS HORIZONTALAUX

Les conditions suivantes doivent être réunies pour obtenir une réfraction qui nous permettra de calculer les épaisseurs H_1 et H_2 pour un cas trois terrains. Les vitesses V_1 , V_2 et V_3 doivent être dans un ordre croissant et de plus il est nécessaire que H_2 soit suffisamment grande pour être décelée (figure 6a). Nous traiterons plus en détail les couches masquées (H_2 trop faible ou V_2 plus petit que V_1) et le pourcentage d'erreur maximum rencontré lorsqu'un tel cas se présente, dans des sections plus avant dans le texte.

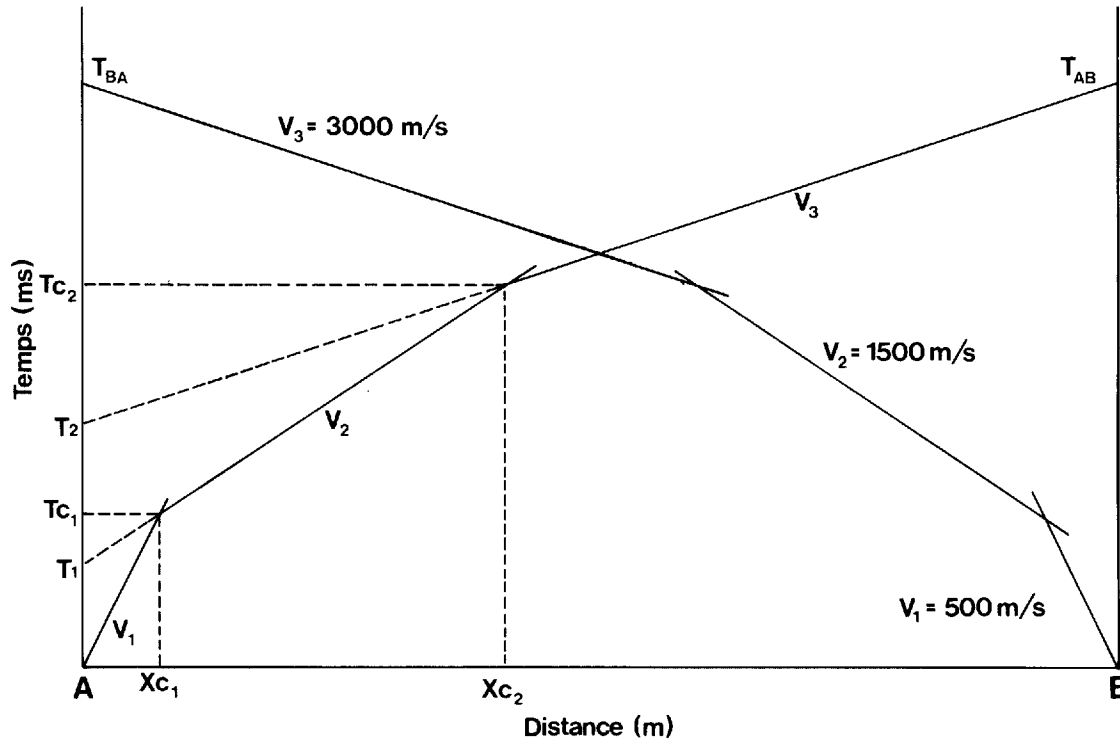


Figure 6a — Dromochroniques pour un cas trois terrains, dont les plans de séparation entre les terrains sont horizontaux.

Par la technique des distances critiques, l'épaisseur H_1 se calcule, grâce à l'équation 6, par la distance critique X_{c1} et les vitesses V_1 et V_2 . Pour le calcul de H_2 , nous considérons T_{c2} , le temps de parcours de l'onde réfractée par le deuxième et le troisième milieu pour le trajet \overline{AS} . Ces deux égalités s'expriment respectivement par les équations suivantes :

$$T_{c2} = \frac{X_{c2}}{V_2} + \frac{2H_1 \cos i_{12}}{V_1} \quad (\text{équation 8 rapportée à } X_{c2})$$

et par :

$$T_{c2} = \frac{2\overline{AE}}{V_1} + \frac{2\overline{EF}}{V_2} + \frac{\overline{FH}}{V_3} \quad (\text{figure 6b})$$

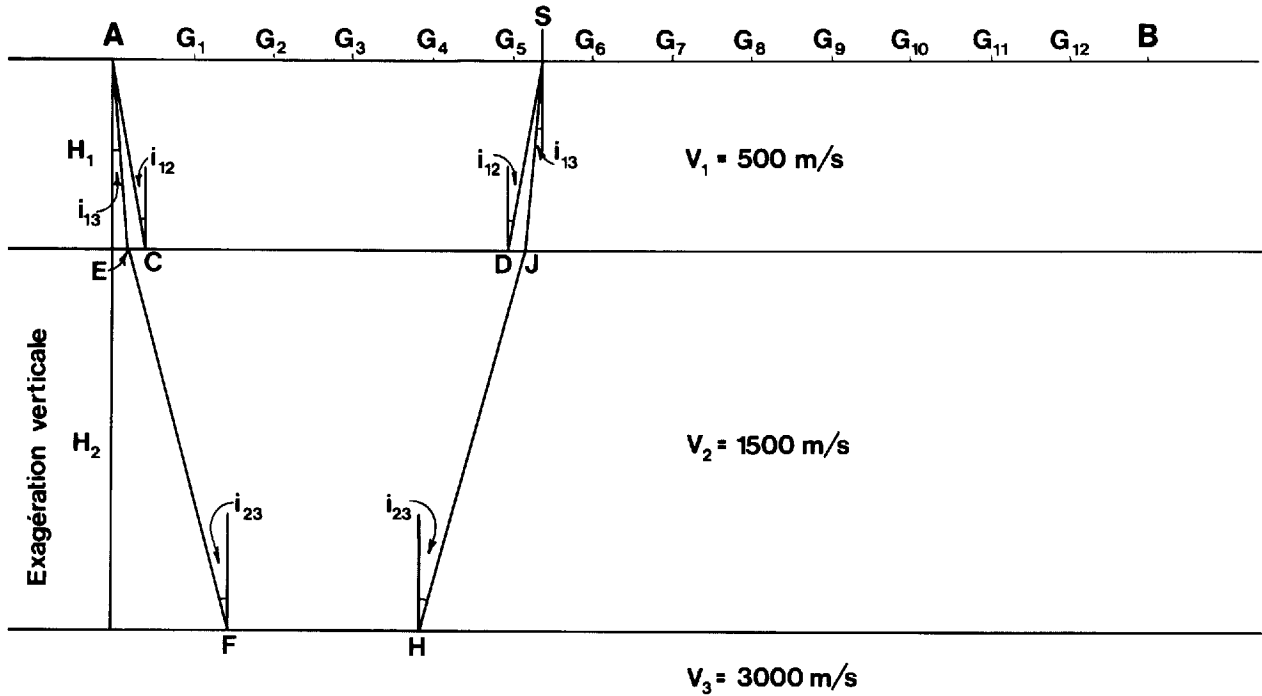


Figure 6b — Représentation schématique des rayons sismiques, pour un cas trois terrains horizontaux.

On notera que la réfraction critique entre le deuxième et le troisième terrain est liée aux angles i_{13} et i_{23} qui s'expriment :

$$\sin i_{13} = \frac{V_1}{V_3} \text{ et } \sin i_{23} = \frac{V_2}{V_3}$$

Nous avons pour les différents trajets, les valeurs suivantes :

$$\overline{AE} = H_1 / \cos i_{13}$$

$$\overline{EF} = H_2 / \cos i_{23}$$

et

$$\overline{FH} = X_{C_2} - 2 (H_1 \operatorname{tg} i_{13} + H_2 \operatorname{tg} i_{23})$$

Donc :

$$T_{C_2} = \frac{X_{C_2}}{V_3} + 2H_1 \left(\frac{1}{\cos i_{13} V_1} - \frac{\operatorname{tg} i_{13}}{V_3} \right) + 2H_2 \left(\frac{1}{\cos i_{23} V_2} - \frac{\operatorname{tg} i_{23}}{V_3} \right)$$

et en simplifiant, nous retrouvons finalement que T_{C_2} est égal à :

$$\frac{X_{C_2}}{V_3} + \frac{2H_1 \cos i_{13}}{V_1} + \frac{2H_2 \cos i_{23}}{V_2} \quad (18)$$

Les deux relations qui caractérisent T_{c_2} sont égales et en isolant H_2 :

$$H_2 = \frac{Xc_2}{2} \sqrt{\frac{V_3 - V_2}{V_3 + V_2}} - H_1 \left(\frac{\cos i_{13} - \cos i_{12}}{\cos i_{23} \sin i_{12}} \right)$$

ou en d'autres termes,

$$H_2 = \frac{Xc_2}{2} \sqrt{\frac{V_3 - V_2}{V_3 + V_2}} - H_1 \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{V_1}{V_3}\right)^2} - \sqrt{1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2}}{\sqrt{\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^2 - \left(\frac{V_1}{V_3}\right)^2}} \quad (19)$$

Le second terme de l'équation (19) en est un de correction.

Par la technique des temps d'intersection à l'origine, l'équation (9) nous fournit l'épaisseur H_1 et pour le calcul de H_2 , nous considérons le temps T_{c_2} , qui s'exprime par l'équation (18). Cette dernière représente l'équation d'une droite de pente $1/V_3$ et d'ordonnée à l'origine égale à :

$$\frac{2H_1 \cos i_{13}}{V_1} + \frac{2H_2 \cos i_{23}}{V_2} \quad (20)$$

Lorsque $X = 0$, T_2 est égal à l'équation (20) et :

$$H_2 = \left(\frac{T_2}{2} - \frac{H_1 \cos i_{13}}{V_1} \right) \frac{V_2}{\cos i_{23}}$$

$\cos i_{23} = \frac{\sqrt{V_3^2 - V_2^2}}{V_3}$ et par remplacement nous aurons :

$$H_2 = \frac{T_2}{2} \frac{V_2 V_3}{\sqrt{V_3^2 - V_2^2}} - \frac{H_1 \cos i_{13}}{\sin i_{12} \cos i_{23}} \quad (21)$$

ou encore :

$$H_2 = \frac{T_2 V_2}{2 \cos i_{23}} - \frac{H_1 \cos i_{13}}{\sin i_{12} \cos i_{23}}$$

INTERPRÉTATION CAS TROIS TERRAINS (DISPOSITION DIVERSE)

Cas d'un terrain en pente recouvert par un terrain horizontal

Dans ce problème (figure 7a), la vitesse du troisième milieu, calculée au point de tir A (tir normal), n'est pas égale à celle obtenue au point de tir B (tir inverse).

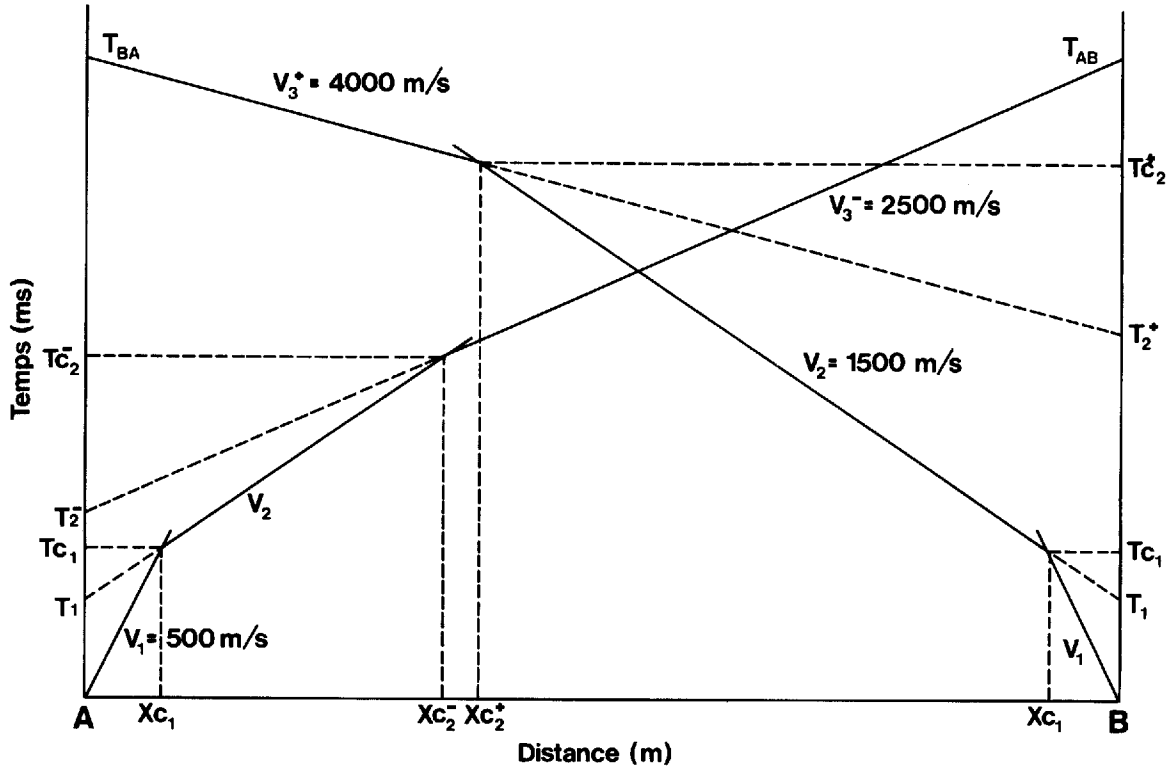


Figure 7a — Dromochroniques pour un cas trois terrains, dont le premier terrain est horizontal et le troisième fait un angle avec la surface.

L'épaisseur H_1 se calcule par l'équation (6). À ce stade la représentation du temps $T_{\bar{c}_2}$, temps pris par l'onde réfractée au toit du troisième marqueur pour parcourir le trajet \overline{AEFHJS} (figure 7b), devient fort complexe et se

résume par: $\frac{\overline{AE}}{V_1} + \frac{\overline{EF}}{V_2} + \frac{\overline{FH}}{V_3} + \frac{\overline{HJ}}{V_2} + \frac{\overline{JS}}{V_1}$ ou:

$$T_{\bar{c}_2} = \frac{H_1}{\cos V_1 \beta} + \frac{H_1}{\cos V_1 \alpha} + \frac{2H_2}{V_2 \cos i_{23}} + \frac{X_{\bar{c}_2} \cos \Phi - H_1 \operatorname{tg} \beta \cos \Phi}{V_3} - \frac{H_1 \operatorname{tg} \alpha \cos \Phi - 2H_2 \operatorname{tg} i_{23} - (X_{\bar{c}_2} - H_1 \operatorname{tg} \beta - H_1 \operatorname{tg} \alpha) \sin \Phi \operatorname{tg} i_{23}}{V_3} + \frac{(X_{\bar{c}_2} - H_1 \operatorname{tg} \beta - H_1 \operatorname{tg} \alpha) \sin \Phi}{\cos i_{23} V_2} \quad (22)$$

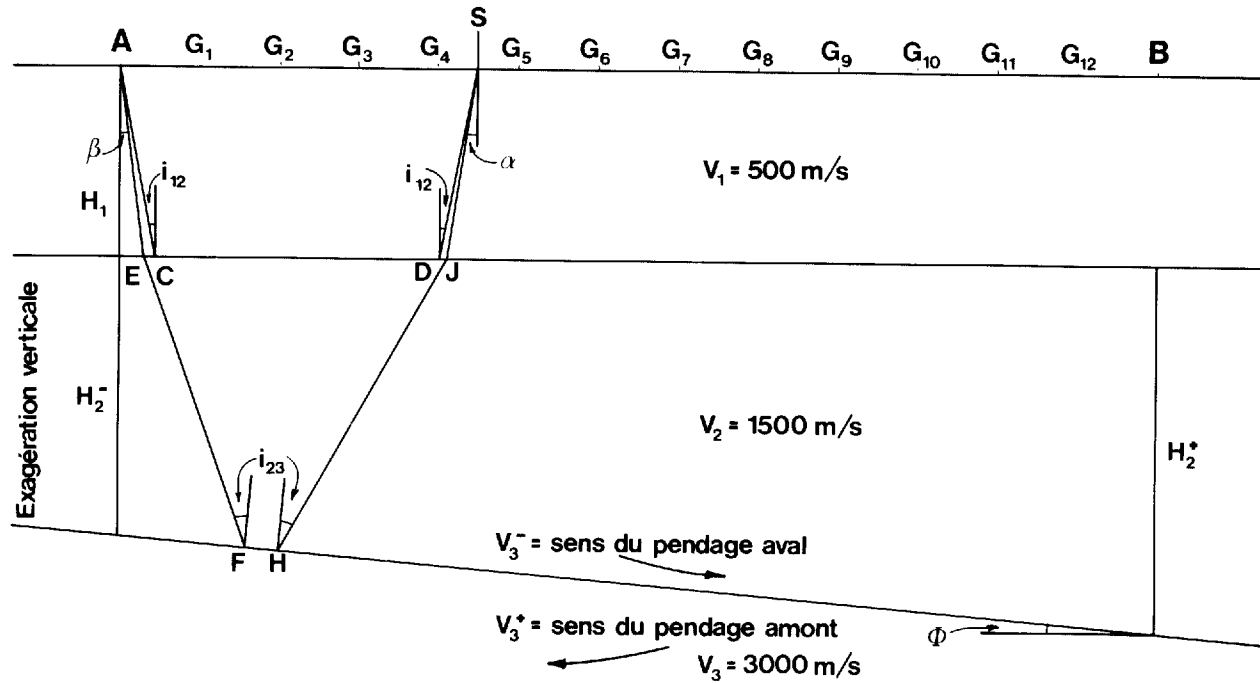


Figure 7b — Représentation schématique des rayons sismiques, pour un cas trois terrains dont le premier est horizontal et le troisième incliné.

Ce temps critique est égal au temps pris par l'onde réfractée au toit du second milieu pour parcourir le trajet ACDS. Celui-ci est égal à :

$$\frac{2H_1}{\cos i_{12} V_1} + \frac{X\bar{C}_2}{V_2} - \frac{2H_1 \operatorname{tg} i_{12}}{V_2} \quad (\text{équation 4 rapportée à } X\bar{C}_2)$$

Les deux dernières équations sont égales, et après simplification et en isolant H_2^- (voir annexe I pour démonstration), l'épaisseur du second terrain au point A, l'on se retrouve avec H_2^- (épaisseur dans le sens du pendage aval), qui vaut :

$$H_2^- = \frac{X\bar{C}_2 (1 - \sin(i_{23} + \Phi))}{2 \cos i_{23} \cos \Phi} - \frac{H_1 (\cos \beta + \cos \alpha - 2 \cos i_{12})}{2 \cos i_{23} \cos \Phi \sin i_{12}} \quad (23)$$

L'épaisseur H_2^+ (dans le sens du pendage amont) est égale à :

$$H_2^+ = \frac{X\bar{C}_2 (1 - \sin(i_{23} - \Phi))}{2 \cos i_{23} \cos \Phi} - \frac{H_1 (\cos \beta + \cos \alpha - 2 \cos i_{12})}{2 \cos i_{23} \cos \Phi \sin i_{12}} \quad (24)$$

Le pendage Φ et la vitesse vraie V_3 du troisième terrain sont calculés grâce aux équations 14 et 15, dans lesquelles on remplace V_1 par V_2 et V_2^- par V_3^- pour l'essai dans le sens du pendage aval et V_2^+ par V_3^+ pour l'essai dans le sens du pendage amont. Nous avons les relations suivantes pour les angles

$$\sin \beta = \frac{V_1}{V_3^+} \quad \sin \alpha = \frac{V_1}{V_3^-}$$

$$\sin (i_{23} - \Phi) = \frac{V_2}{V_3^+} = \frac{\sin \beta}{\sin i_{12}} \quad \sin (i_{23} + \Phi) = \frac{V_2}{V_3^-} = \frac{\sin \alpha}{\sin i_{12}}$$

$$\sin i_{23} = \frac{V_2}{V_3}$$

Cas de trois terrains inclinés

Lors de l'analyse de ces cas, nous pouvons retrouver les vitesses V_2^- et V_3^- sur la dromochronique qui a son point d'origine en A (figure 8a) et les vitesses V_2^+ et V_3^+ sur la dromochronique qui a son point d'origine en B respectivement. La figure 8b schématise les trajets sismiques d'un tel cas. La figure 9a, pour sa part, nous montre les vitesses V_2^- et V_3^- associées à la même dromochronique et V_2^+ et V_3^+ reliées à la seconde dromochronique. La schématisation des trajets sismiques, pour le cas de la figure 9a, est donnée à la figure 9b. Ces problèmes sont solutionnés dans un premier temps pour les épaisseurs H_1^- et H_1^+ (équations 12 et 13 respectivement) et pour la valeur du premier pendage Φ et de la vitesse vraie V_2 (équations 14 et 15). L'épaisseur H_2^- se calcule grâce à l'équation 25 :

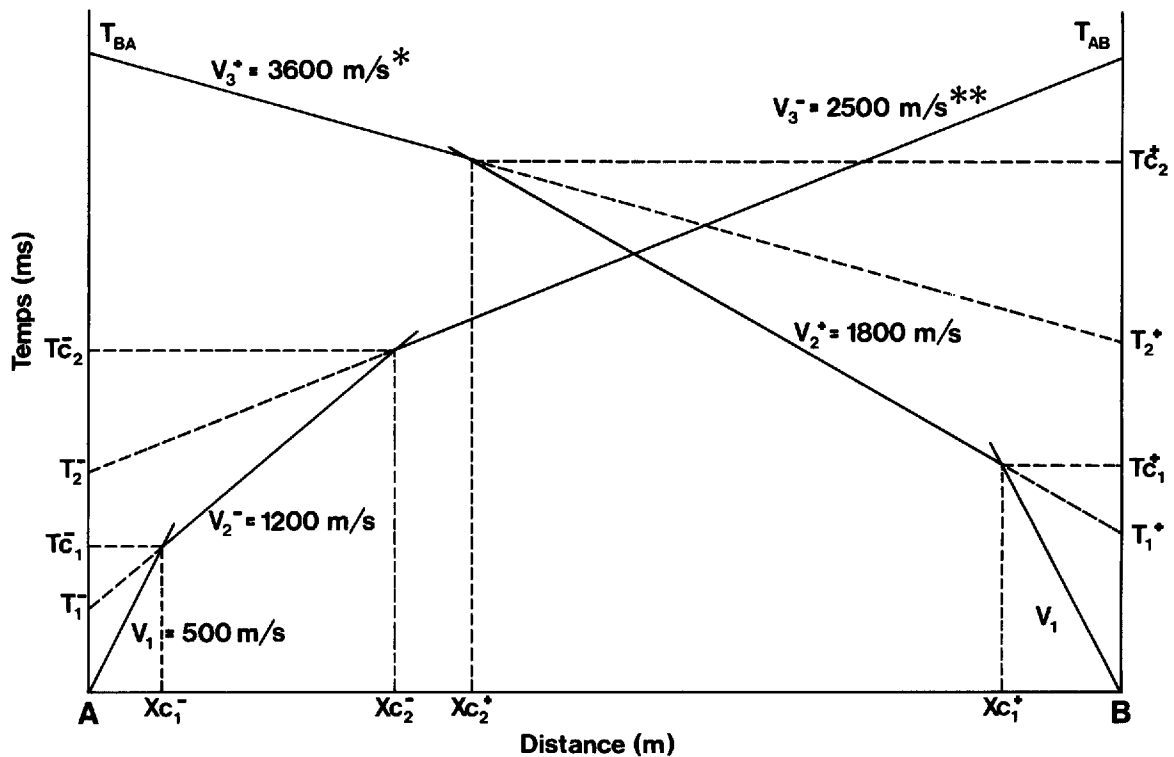


Figure 8a — Dromochroniques pour un cas trois terrains inclinés dans le même sens.

$$H_2^- = \frac{X\bar{C}_2 (\sin(i_{12} + \Phi) - \sin(\alpha + \Phi))}{2 \cos i_{23} \cos \Psi \sin i_{12}}$$

$$- \frac{H_1^- (\cos(\alpha + \Phi) + \cos(\beta - \Phi) - 2 \cos i_{12} \cos \Phi)}{2 \cos i_{23} \cos \Psi \sin i_{12}} \quad (25)$$

et l'épaisseur dans le sens du pendage amont, H_2^+ s'exprime par :

$$H_2^+ = \frac{X\bar{C}_2 (\sin(i_{12} - \Phi) - \sin(\beta - \Phi))}{2 \cos i_{23} \cos \Psi \sin i_{12}}$$

$$- \frac{H_1^+ (\cos(\alpha + \Phi) + \cos(\beta - \Phi) - 2 \cos i_{12} \cos \Phi)}{2 \cos i_{23} \cos \Psi \sin i_{12}} \quad (26)$$

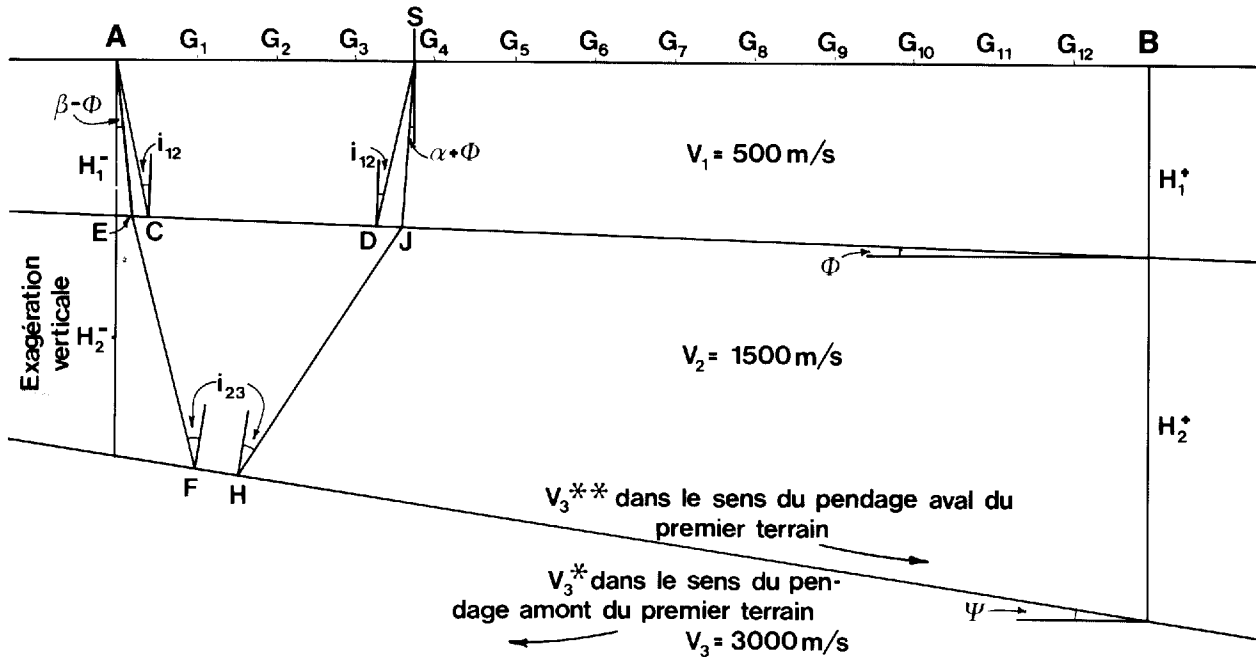


Figure 8b — Représentation schématique des rayons sismiques, pour le cas trois terrains inclinés dans le même sens.

* Le signe + ou - accolé à l'équation, est fonction du sens du premier pendage, (ex : H_1^- est sous le point de tir A, donc H_2^- (sous le point de tir A) est solutionnée par l'équation 25).

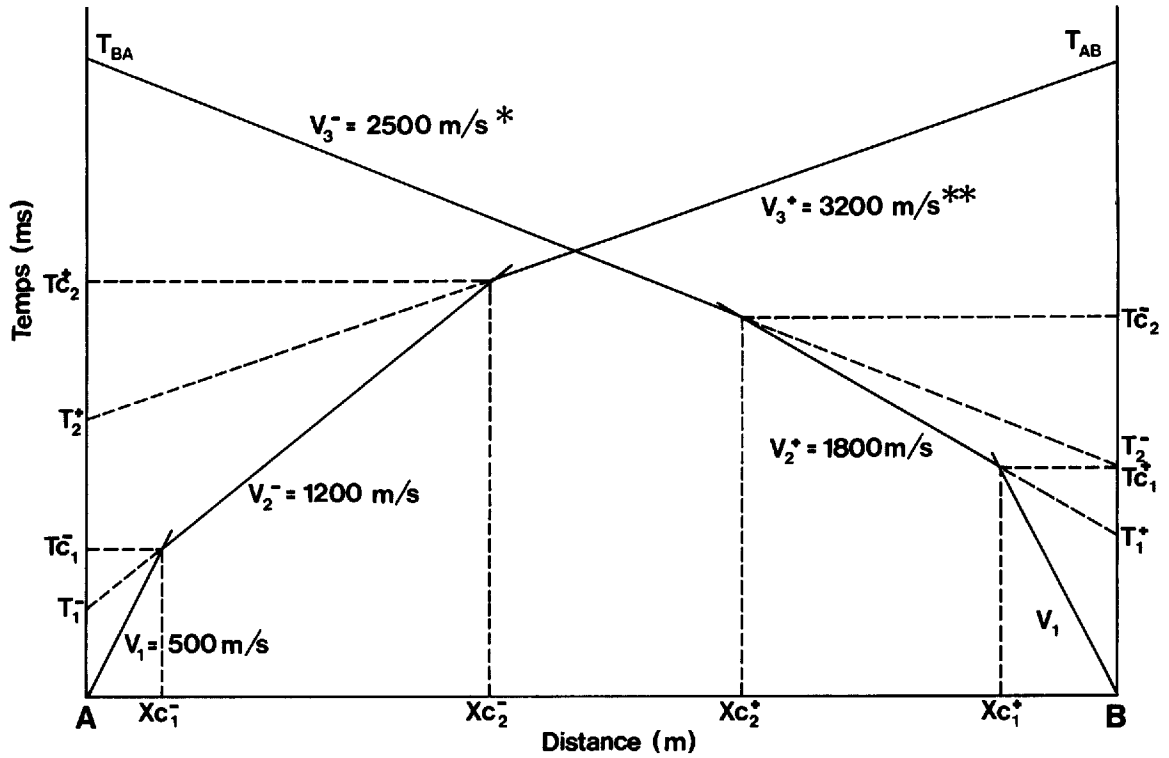


Figure 9a — Dromochroniques pour un cas trois terrains qui ne sont pas inclinés dans le même sens.

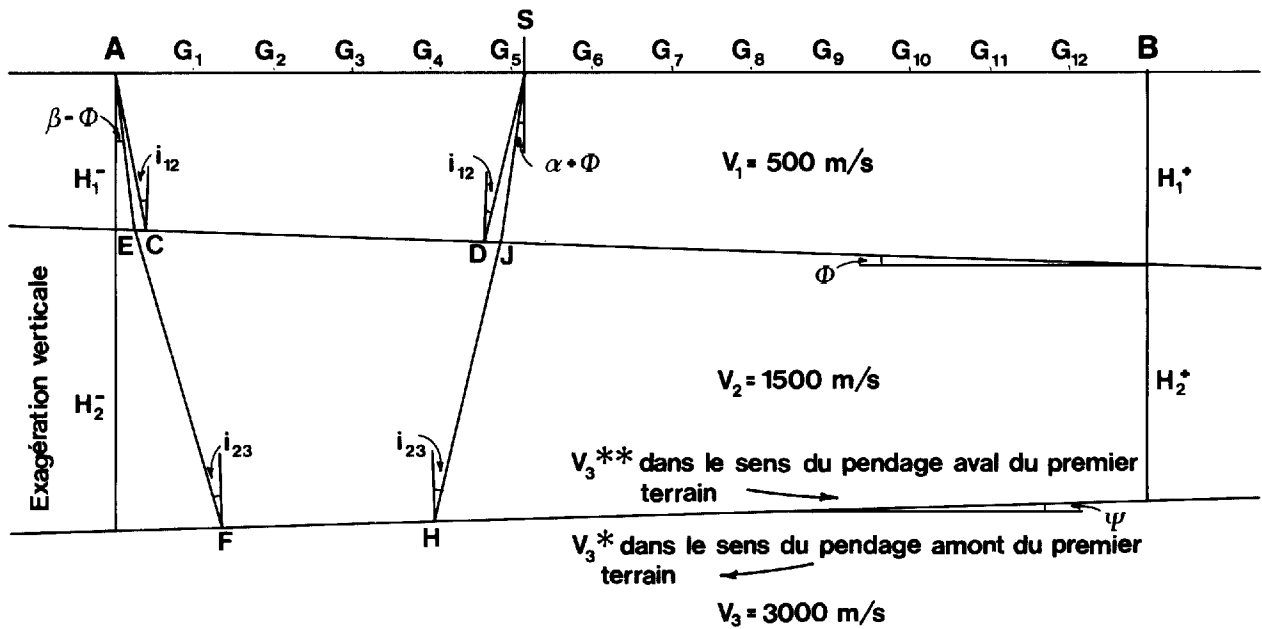


Figure 9b — Représentation schématique des rayons sismiques, pour le cas trois terrains qui ne sont pas inclinés dans le même sens.

La démonstration de l'équation (25) est donnée à l'annexe II.

Les relations qui suivent sont utilisées pour le calcul de Ψ (angle du second pendage).

$$\sin(\beta - \Phi) = \frac{V_1}{V_3^*}, \sin(\alpha + \Phi) = \frac{V_1}{V_3^{**}}$$

$$\sin(i_{12} + \Phi) = \frac{V_1}{V_2}, \sin(i_{12} - \Phi) = \frac{V_1}{V_2^+}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin i_{12}} = \sin(i_{23} + (\Psi - \Phi)) \quad (27)$$

et

$$\frac{\sin \beta}{\sin i_{12}} = \sin(i_{23} - (\Psi - \Phi)) \quad (28)$$

De là, on isole Ψ et la vitesse vraie V_3 est égale à $\frac{V_2}{\sin i_{23}}$

Lors de la résolution de pareils cas, il est possible de trouver pour Ψ une valeur négative; cela implique que le second pendage est dans le sens contraire du premier pendage.

L'analyse complète d'un cas peut contredire la première évaluation qualitative que l'on porte. Ceci est surtout vrai lorsque les vitesses apparentes V_2^- et V_2^+ sont passablement différentes (Φ grand) et que V_3^- et V_3^+ montrent peu de différences. Il est à noter également que si V_3 est égal d'un point de tir à l'autre (A et B) sur la même ligne sismique, ceci n'implique pas nécessairement que le toit du troisième réfracteur soit horizontal.

* Valeur de V_3 prise dans le sens amont du premier pendage Φ (tel que montré sur les figures 8b et 9b).

** Valeur de V_3 prise dans le sens aval du premier pendage Φ (tel que montré sur les figures 8b et 9b).

TERRAIN CACHÉ

Phénomène de disparition d'un terrain mince selon le schéma des vitesses croissantes ($V_1 < V_2 < V_3$)

La plus importante source d'incertitude, lors du calcul sismique, provient des terrains que l'on ne peut déceler. En présence de trois terrains, lorsque le second est mince, il est possible que les ondes réfractées au toit du troisième marqueur arrivent aux géophones avant celles qui sont réfractées au toit du second. La figure 10a, montre l'exemple d'un cas trois terrains avec $V_1 = 500$ m/s, $V_2 = 1500$ m/s et $V_3 = 3000$ m/s. Le front d'onde, généré au point A et figé à chaque 10 millisecondes, représente en section le cas extrême qu'un tel rapport de vitesse peut donner. La courbe CS est le lieu où les ondes directes et réfractées au toit du second terrain se confondent. La courbe DES est le lieu où les ondes réfractées par le toit du troisième et du deuxième terrain coïncident. Si nous reportons sur un graphique les temps relatifs aux ondes arrivées les premières aux récepteurs et que la dromochronique est tracée, celle-ci ne nous révèle que la présence du premier et du troisième terrain; le second terrain n'apparaît pas (figure 10b). La profondeur ainsi calculée, pour le toit du troisième terrain, se fait par les équations suivantes:

$$H_0 = \frac{X}{2} \sqrt{\frac{V_3 - V_1}{V_3 + V_1}} \text{ ou } \frac{T}{2} \frac{V_1 V_3}{\sqrt{V_3^2 - V_1^2}}$$

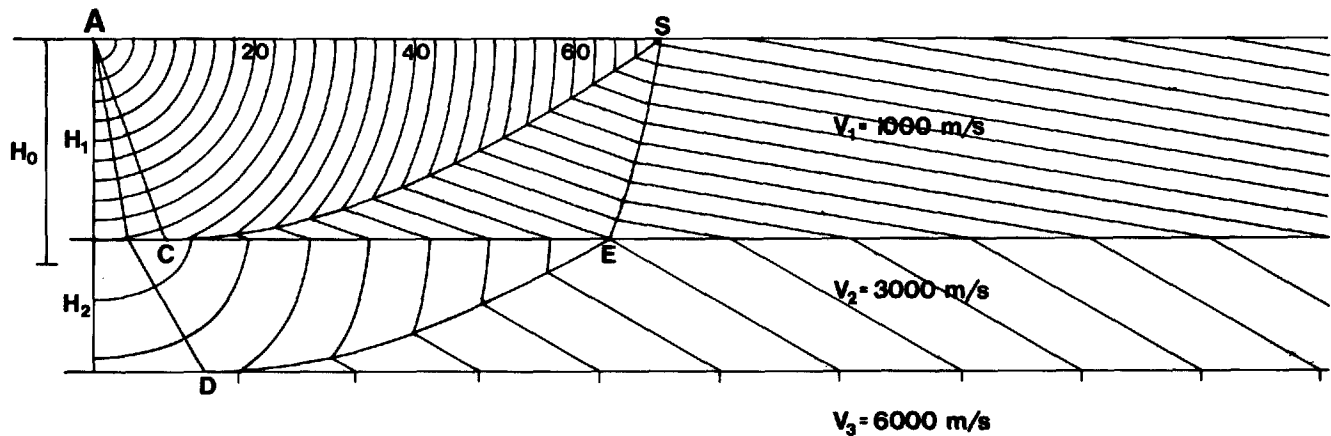


Figure 10a — Position des fronts d'ondes, cas trois terrains dont le second n'est pas détecté (cas limite).

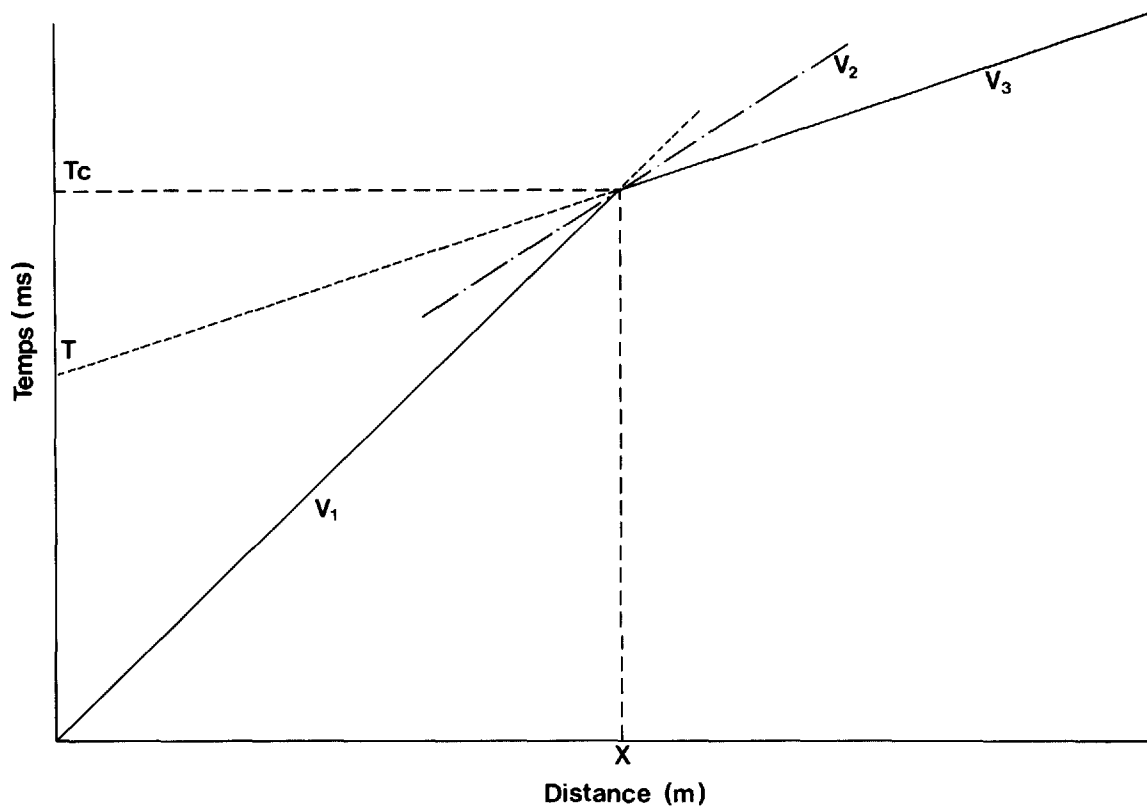


Figure 10b — Dromochronique pour un cas trois terrains, dont le second n'est pas détecté (cas limite).

La profondeur trouvée H_0 est plus grande que H_1 et plus faible que $H_1 + H_2$; nous faisons donc une erreur par défaut. L'aspect théorique de ce problème a été traité par Soske (1959), Hawkins et Maggs (1961), Green (1962), Morgan (1967), Lund (1974) et plus récemment par Banerjee et Gupta (1975).

Nous rapportant aux figures 10a et 10b, nous pouvons caractériser le trajet direct, correspondant à T_c , par X/V_1 et le trajet réfracté au toit du troisième terrain par l'équation suivante :

$$T_c = \frac{X}{V_3} + 2 \left[\frac{H_1 \cos i_{13}}{V_1} + \frac{H_2 \cos i_{23}}{V_2} \right]$$

Les deux dernières équations sont égales et peuvent se lire comme suit :

$$\frac{X}{V_3} + 2 \left[\frac{H_1 \sqrt{V_3^2 - V_1^2}}{V_1 V_3} + \frac{H_2 \sqrt{V_3^2 - V_2^2}}{V_2 V_3} \right] = \frac{X}{V_1}$$

ou encore :

$$X = 2H_1 \sqrt{\frac{V_3 + V_1}{V_3 - V_1}} + 2H_2 \frac{V_1 \sqrt{V_3^2 - V_2^2}}{V_2 (V_3 - V_1)}$$

De même, X peut se représenter par l'équation suivante (en tenant compte de la vitesse V_2):

$$X = 2H_1 \sqrt{\frac{V_2 + V_1}{V_2 - V_1}} \quad (\text{équation 6})$$

en égalant les deux dernières équations, nous retrouvons:

$$2H_2 \frac{V_1}{V_2} \frac{\sqrt{V_3^2 - V_2^2}}{(V_3 - V_1)} = 2H_1 \left[\sqrt{\frac{V_2 + V_1}{V_2 - V_1}} - \sqrt{\frac{V_3 + V_1}{V_3 - V_1}} \right]$$

De là, la condition limite représentée par la figure 10a se traduit en terme du rapport $\frac{H_2}{H_1}$ par:

$$\frac{\sqrt{\frac{V_2 + V_1}{V_2 - V_1}} - \sqrt{\frac{V_3 + V_1}{V_3 - V_1}}}{\sqrt{\frac{V_3 + V_2}{V_3 - V_2}}} \left[\frac{V_2}{V_1} \frac{(V_3 - V_1)}{(V_3 - V_2)} \right]$$

Cette équation nous donne l'épaisseur maximum H_2 d'une couche cachée, recouverte par un terrain d'épaisseur H_1 et ce pour toutes les valeurs possibles de V_1 , V_2 et V_3 , selon le schéma $V_3 > V_2 > V_1$. La série de courbes que nous avons calculées et que l'on retrouve à la figure 11 (inspirée de Lund, (1974)) nous donne le rapport H_2/H_1 maximum pour un terrain caché, pour le cas trois terrains, lorsque la vitesse du troisième milieu est 3 000 m/s et que la première vitesse V_1 rencontrée, varie entre (500 et 2 750 m/s. La vitesse V_2 est lue en abscisse, V_1 sur la courbe et H_2/H_1 en ordonnée.

Le pourcentage d'erreur maximum F vaut: $100 (K - 1)$ ou $K = \frac{H_1 + H_2}{H_0}$ et s'exprime par la relation suivante:

$$\frac{H_1 + H_2}{H_0} = \frac{\sqrt{\frac{V_3 + V_1}{V_3 - V_1}}}{\sqrt{\frac{V_2 + V_1}{V_2 - V_1}}} \left[1 + \frac{\left(\sqrt{\frac{V_2 + V_1}{V_2 - V_1}} - \sqrt{\frac{V_3 + V_1}{V_3 - V_1}} \right) \frac{V_2}{V_1} \left(\frac{V_3 - V_1}{V_3 - V_2} \right)}{\sqrt{\frac{V_3 + V_2}{V_3 - V_2}}} \right]$$

L'abaque de la figure 12 nous donne, pour la même distribution de vitesse, le % d'erreur. Si, par exemple, la vitesse de surface V_1 est 500 m/s et la vitesse V_3 du roc est 3 000 m/s et qu'un niveau intermédiaire de vitesse $V_2 = 1 500$ m/s est possiblement présent, alors, dans ce cas, la valeur maximale de l'épaisseur de cette couche cachée est obtenue en reportant V_2 sur la courbe de vitesse V_1 (figure 11) et en lisant en ordonnée la valeur du rapport H_2/H_1 . Pour le cas cité, H_2/H_1 nous donne 0,67. Cela signifie que l'épaisseur du second terrain est égale à 0,67 H_1 . Le pourcentage d'erreur, dans ce cas, est 39% (figure 12) de l'épaisseur H_0 calculée et cette erreur est additionnée à H_0 pour obtenir la profondeur vraie au troisième réfracteur, qui vaut $H_1 + H_2$. Dans la figure 13 (tirée de Lund, 1974), nous retrouvons les courbes représentant le rapport H_2/H_1 et F, le pourcentage d'erreur sur la profondeur calculée, le tout en fonction de la vitesse V_2 (vitesse du milieu intermédiaire) et pour V_3 égalant 5 000 m/s.

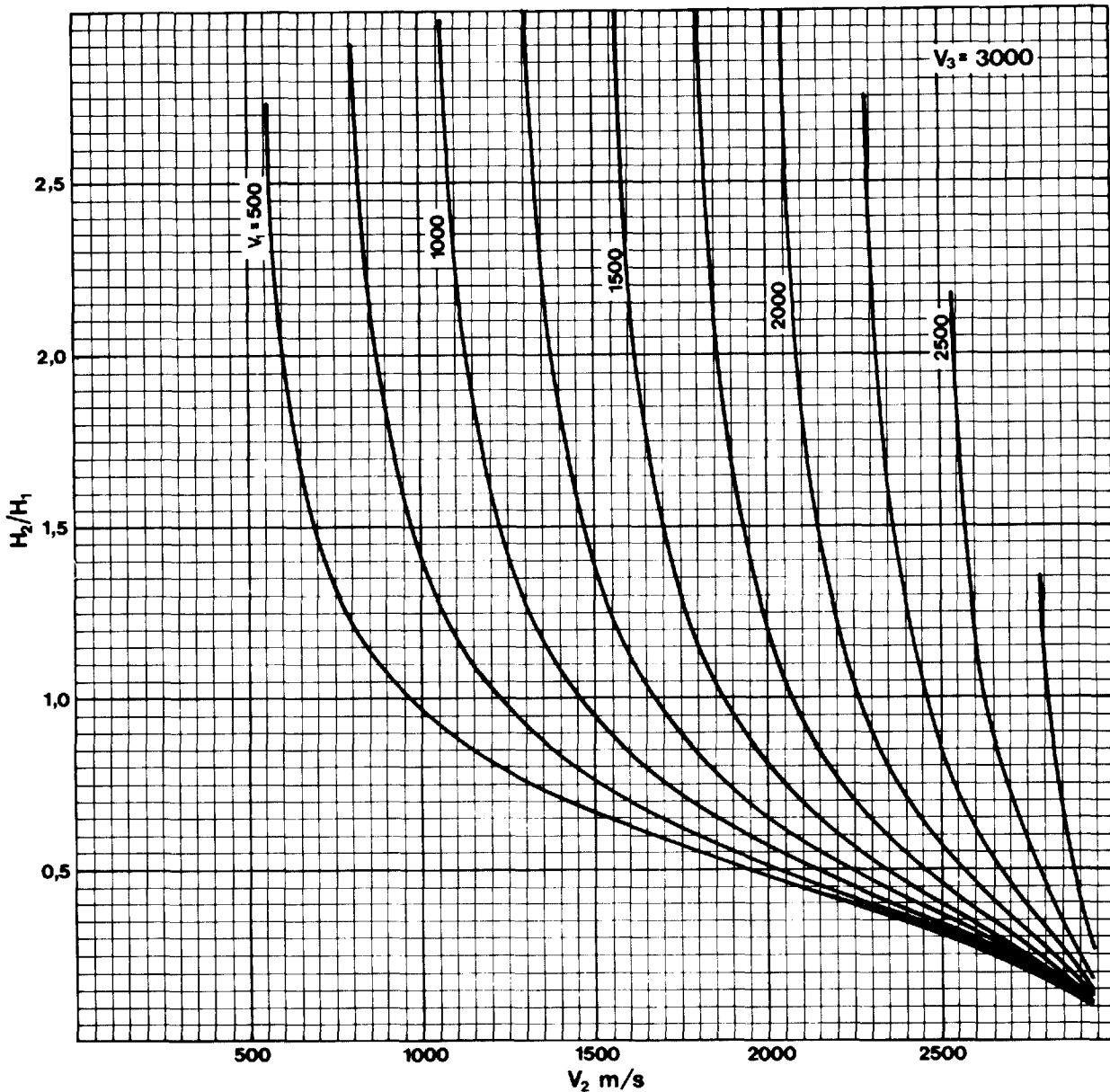


Figure 11 — Rapport H_2/H_1 maximum, pour le cas trois terrains dont le second n'est pas détecté, $V_3 = 3000$ m/s (inspiré de Lund, 1974).

Un troisième abaque (figure 14), tiré de Soske (1959), peut être employée pour déterminer l'épaisseur maximum de la couche cachée. Pour cela, il suffit de calculer les angles de réfraction i_{12} , i_{23} et i_{13} à l'aide des vitesses vraies V_1 , V_2 et V_3 . De la figure 14, nous déterminons la valeur R , qui se situe à l'intersection des droites ayant pour valeur les angles i_{12} , i_{23} et i_{13} . Le rapport H_2/H_1 vaut R . Une seconde valeur, S , qui est le rapport $\tan i_{23}$, est déterminée. L'épaisseur H_2 maximum est tirée de la relation suivante :

$$H_2 \text{ maximum} = \left(\frac{R S}{R + S} \right) H_0$$

H_0 est l'épaisseur calculée en ne tenant compte que des vitesses V_1 et V_3 , donc H_1 maximum, l'épaisseur H_1 minimum, présente dans pareil cas, vaut donc H_2 maximum/ R .

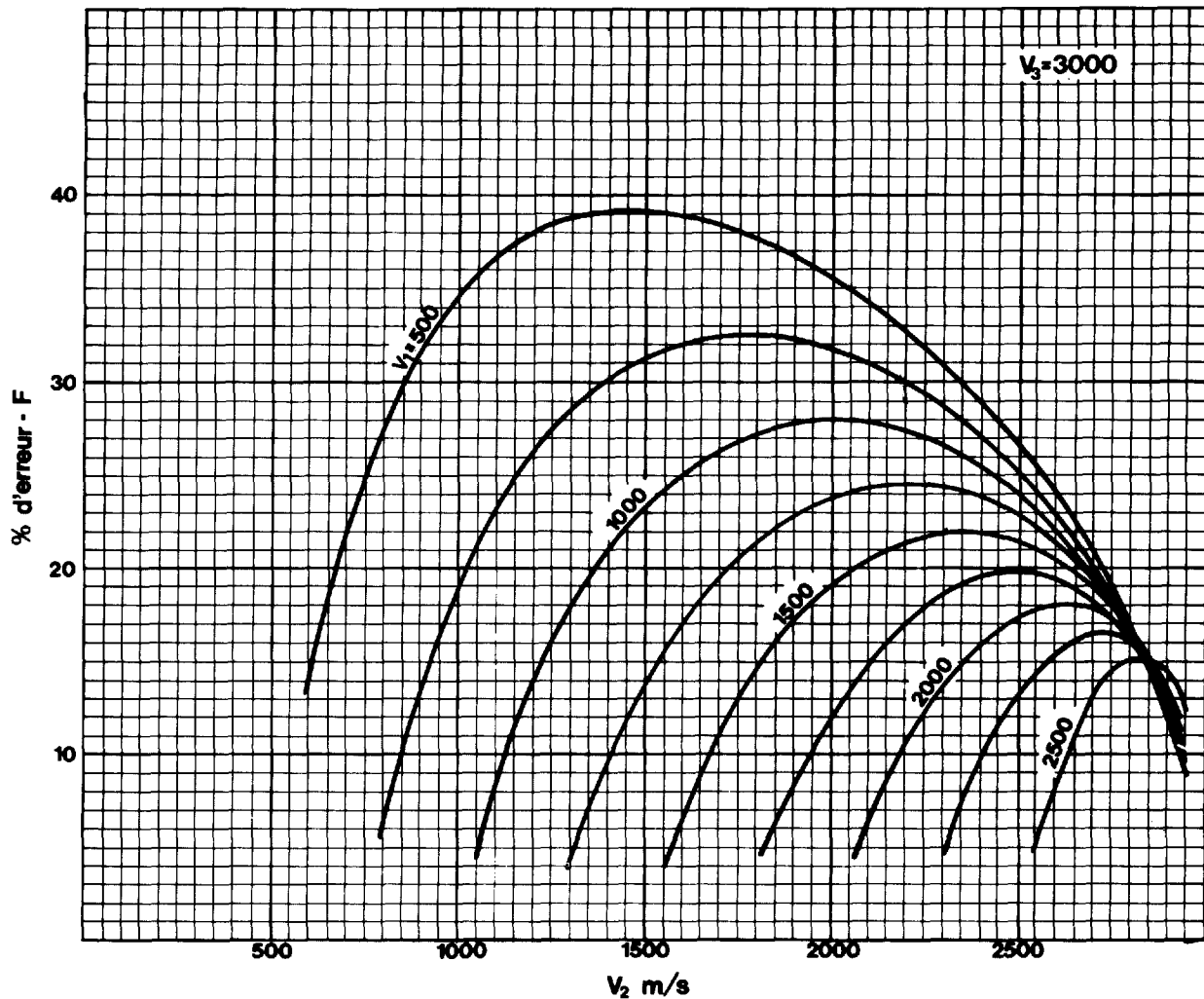


Figure 12 — % d'erreur maximum pour le même cas limite de la figure 11 (inspiré de Lund, 1974).

Terrain lent intercalé

Ici nous sommes en présence d'une série de trois terrains caractérisés par des vitesses V_1 , V_2 et V_3 tels que $V_2 < V_1 < V_3$. Nous savons que la réfraction totale au contact des deux premiers terrains ne peut avoir lieu et que par conséquent, les dromochroniques ne présentent pas de branche de pente $1/V_2$. Dans un tel cas, la profondeur calculée pour le troisième terrain, à partir des éléments fournis par les dromochroniques, à savoir T , V_1 , V_3 et X , est supérieure à la profondeur vraie. En effet, l'on suppose que la vitesse moyenne des milieux recouvrant le substratum est égale à V_1 , alors qu'en fait elle est inférieure. Des figures 15a et 15b, nous pouvons représenter le temps T_c , temps pris par la réfraction pour arriver à la distance X , par :

$$T_c = 2 \left(\frac{H_1}{\cos i_{13} V_1} + \frac{H_2}{\cos i_{23} V_2} \right) + \frac{X - 2 (H_1 \operatorname{tg} i_{13} + H_2 \operatorname{tg} i_{23})}{V_3}$$

C'est le temps de parcours que nous observons au sismographe. La dromochronique ne montrera que deux droites, l'une avec une pente $1/V_1$ et l'autre avec une pente $1/V_3$. De cette même dromochronique, l'épaisseur apparente H_0 , calculée au toit du terrain de vitesse V_3 , est donnée par :

$$H_0 = \frac{V_3 V_1}{2 \sqrt{V_3^2 - V_1^2}} \left(T_c - \frac{X}{V_3} \right) \quad (\text{équation 8 modifiée})$$

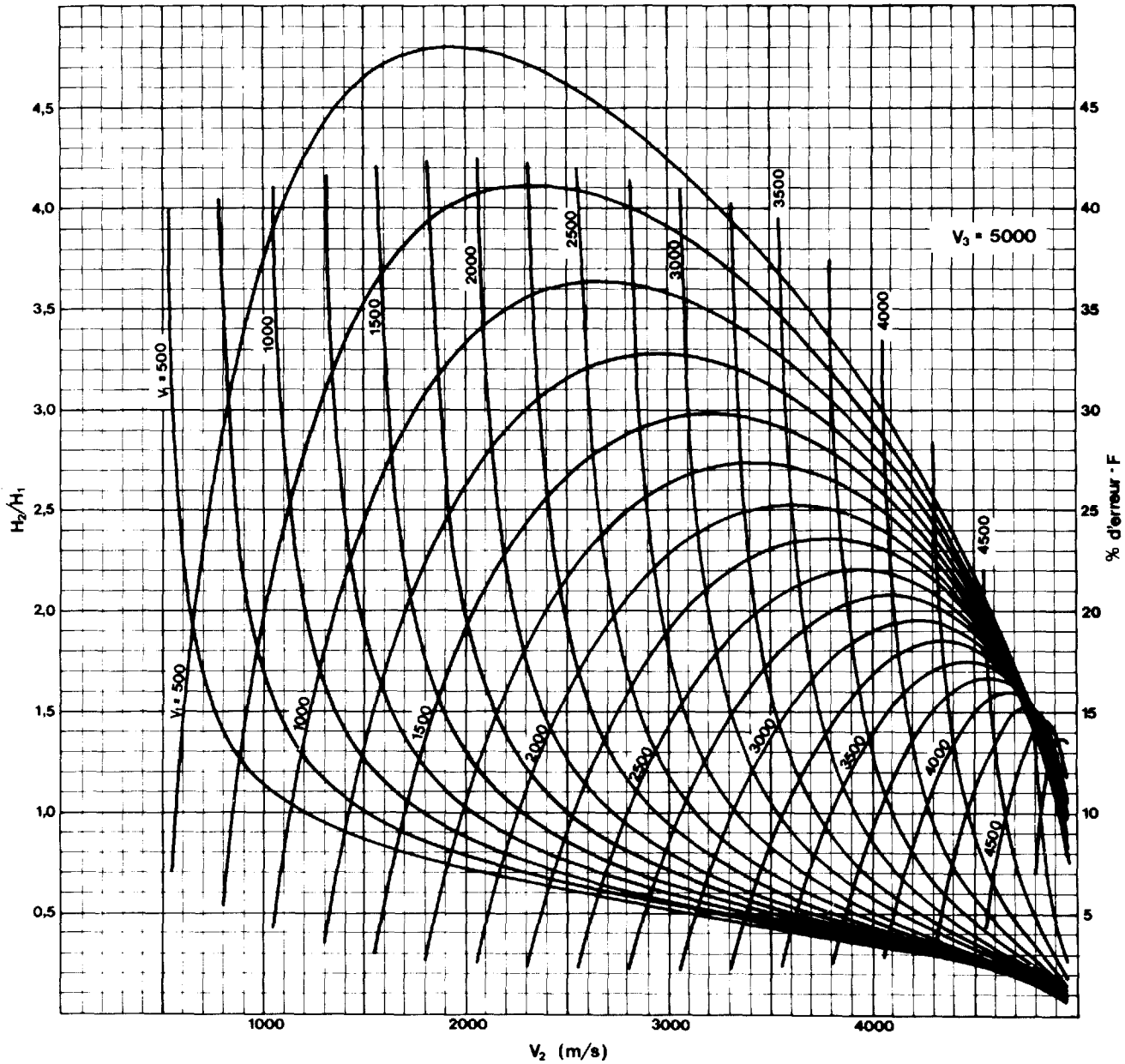


Figure 13 — Rapport H_2/H_1 et % d'erreur maximum, pour le cas trois terrains dont le second n'est pas détecté, $V_3 = 5000$ m/s (tirée de Lund, 1974).

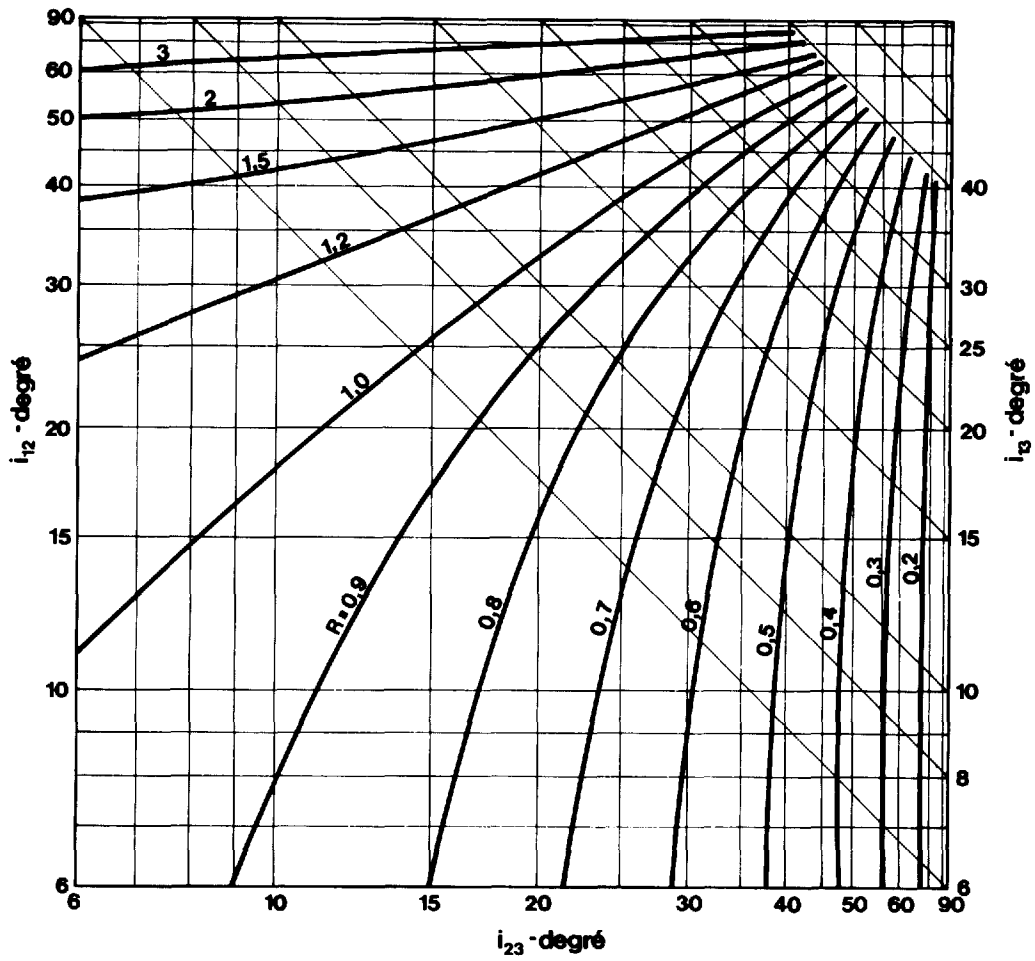


Figure 14 — Rapport R , maximum, pour un cas trois terrains (tiré de Soske, 1959).

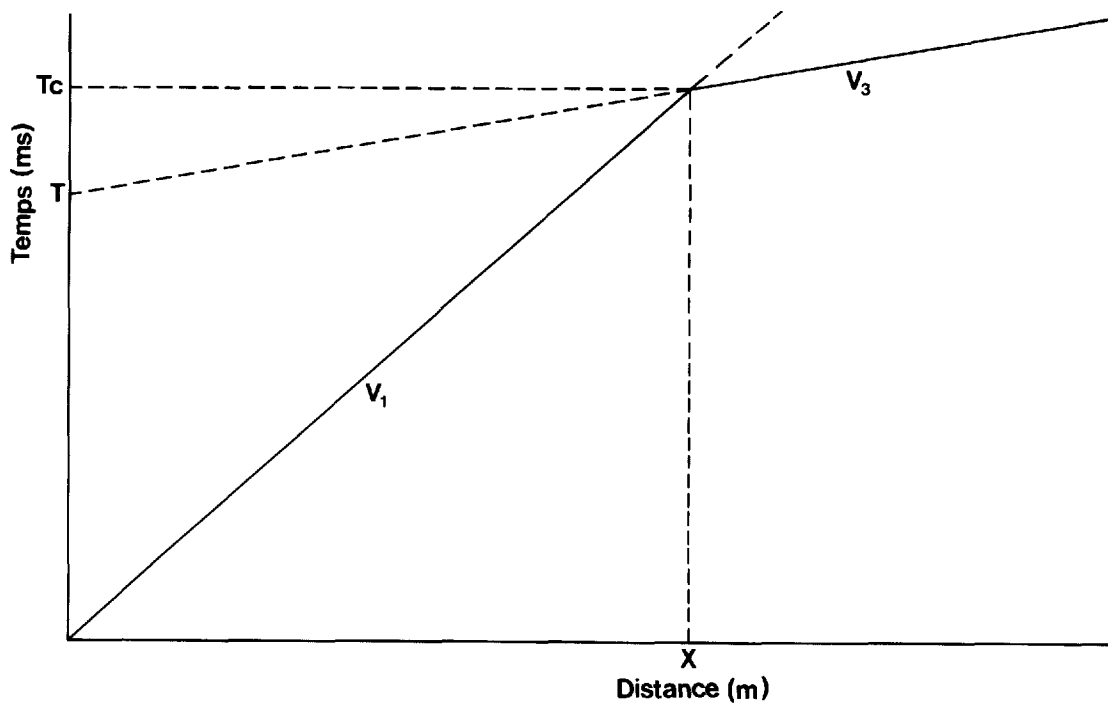


Figure 15a — Dromochronique pour un cas trois terrains selon le schéma $V_2 < V_1 < V_3$.

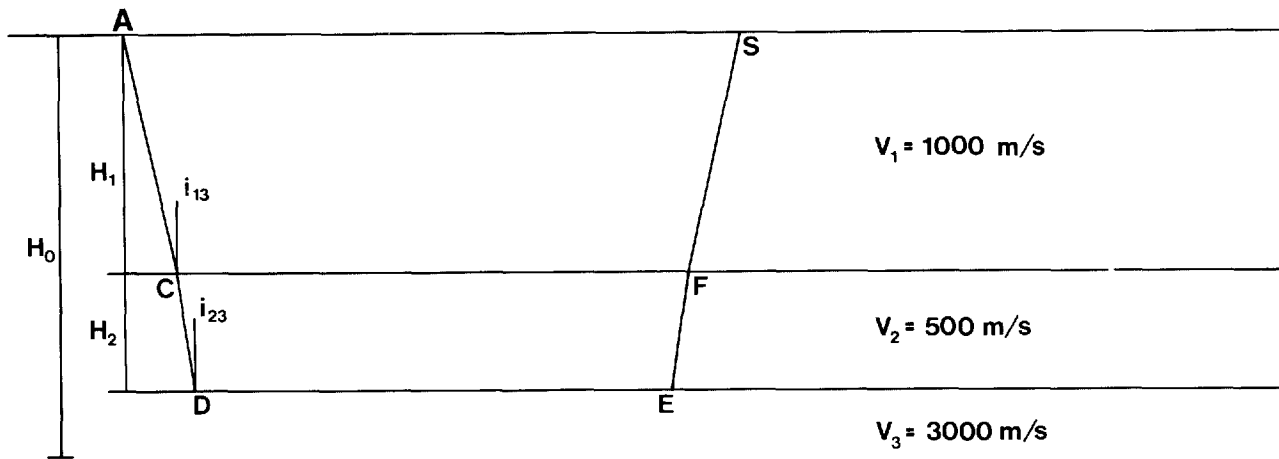


Figure 15b — Représentation schématique des rayons sismiques, pour le cas trois terrains, selon le schéma $V_2 < V_1 < V_3$.

Substituant T_c dans la relation précédente, nous aurons :

$$H_0 = \frac{V_3 V_1}{2 \sqrt{V_3^2 - V_1^2}} \left[2 \left\{ \left(H_1 \frac{1}{\cos i_{13} V_1} - \frac{\text{tg } i_{13}}{V_3} \right) + H_2 \left(\frac{1}{\cos i_{23} V_2} - \frac{\text{tg } i_{23}}{V_3} \right) \right\} \right]$$

et

$$H_0 = H_1 + H_2 \frac{V_1}{V_2} \sqrt{\frac{V_3^2 - V_2^2}{V_3^2 - V_1^2}}$$

$$H_0 = H_1 + K H_2$$

ou

$$K = \frac{V_1}{V_2} \sqrt{\frac{V_3^2 - V_2^2}{V_3^2 - V_1^2}} \text{ (Banerjee et Gupta, 1975)}$$

L'erreur par excès, sur la profondeur calculée du marqueur de vitesse V_3 , est égale à : $K_0 H_2$, avec : $K_0 = (K - 1)$.

Donc, si nous connaissons l'épaisseur H_1 de la formation superficielle caractérisée par la vitesse V_1 et si la vitesse lente (V_2) est connue, nous pouvons calculer la profondeur du marqueur de vitesse V_3 et l'épaisseur H_2 de la couche de vitesse lente. La profondeur du réfracteur V_3 est $H_1 + H_2 = H_0 - K_0 H_2$ où H_0 est l'épaisseur calculée en utilisant les formules deux terrains.

La détection d'un tel cas peut se faire par des essais dans un forage. Un géophone est placé à proximité du forage et l'on détonne de petites charges explosives à intervalle constant du fond du trou vers la surface, tel que montré dans la figure 15c. Cependant les inversions de vitesse sont peu fréquentes et l'on peut affirmer que le phénomène de disparition d'un terrain mince est de loin le cas le plus fréquent, rencontré dans la pratique (figures 10a et 10b).

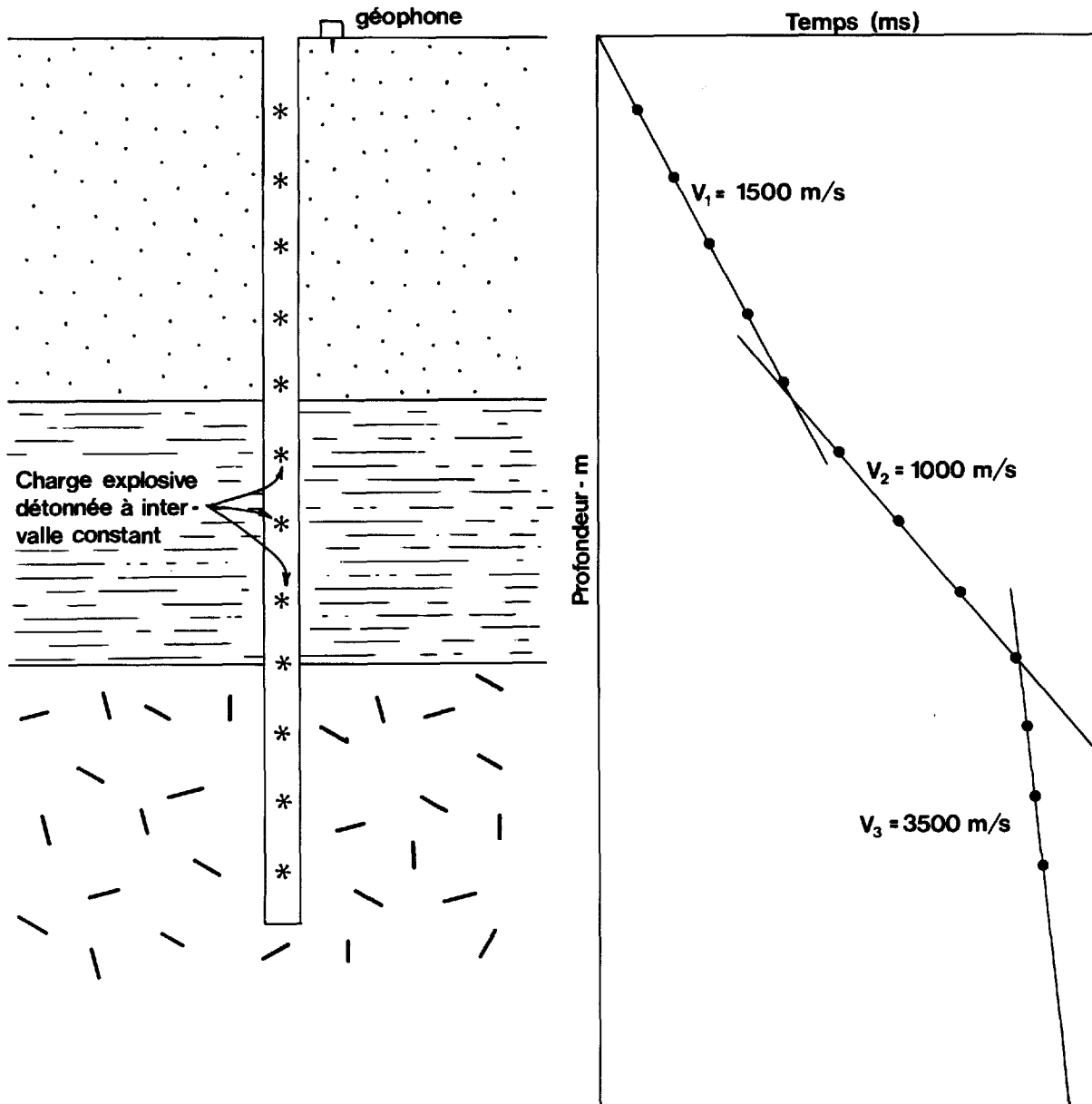


Figure 15c Détection d'un cas $V_2 < V_1 < V_3$ par des essais dans un forage.

FORMULES GÉNÉRALES ET ABAQUES POUR TERRAINS HORIZONTAUX

Méthode des distances critiques

En présence de terrains à peu près horizontaux, l'expression de la formule générale pour le calcul de l'épaisseur de chacune des couches individuelles, par la méthode des distances critiques, prend cette forme:

$$H_{j-1} = \frac{Xc_{j-1} \left(\frac{V_1}{V_{j-1}} - \frac{V_1}{V_j} \right) - 2 \sum_{i=2}^j H_{i-2} \frac{V_1}{V_{i-2}} \left(\sqrt{1 - \frac{V_{i-2}^2}{V_{j-1}^2}} - \sqrt{1 - \frac{V_{i-2}^2}{V_j^2}} \right)}{2 \left(\frac{V_1}{V_{j-1}} \sqrt{1 - \frac{V_{j-1}^2}{V_j^2}} \right)}$$

où j est égal au nombre de vitesses différentes, présentes sur les dromochroniques et ≥ 2 et i vaut 2, 3 j.

Pour faciliter et réduire les calculs sismiques dans de tels cas, divers auteurs ont construit des abaques permettant de calculer l'épaisseur et les facteurs de correction correspondant à chaque couche. La figure 16, tirée de Meidav 1968, est l'abaque le plus employé et le plus rapide d'utilisation. Son équation générale prend la forme :

$$H_{j-1} = \frac{Xc_{j-1}}{2} \sqrt{\frac{V_j - V_{j-1}}{V_j + V_{j-1}}} - \sum_{i=2}^j H_{i-2} C_{i-2, j-1}, \text{ pour } j \geq 3$$

L'expression $C_{i-2, j-1}$ représente le facteur de correction. L'abaque nous permet de calculer rapidement le premier terme de l'équation et aussi d'évaluer avec une précision suffisante le ou les termes correctifs correspondant aux épaisseurs du ou des milieux susjacents.

Pour calculer l'épaisseur de la première couche, une droite est tracée, de l'échelle V_{j-1} à l'échelle V_j , en prenant respectivement les vitesses V_1 et V_2 . Cette ligne intercepte sur l'échelle R de gauche, la valeur de l'expression sous le radical (équation générale). Cette valeur est transférée sur l'échelle R de droite. De cette valeur R, une droite est tracée en passant par la valeur de la distance critique et interceptant l'échelle H. La valeur obtenue (sur l'échelle H) est l'épaisseur de la première couche. En présence de trois milieux on procède de la même façon pour trouver la valeur de H_1 , mais l'on note également, sur l'échelle (C) des facteurs de correction, la valeur de C_{12} . Maintenant, en prenant V_2 et V_3 nous trouvons la valeur correspondante R et de là la valeur H_2 non corrigée. On doit maintenant soustraire $H_1 C_{12}$ de H_2 pour obtenir l'épaisseur du second terrain. Pour le cas quatre terrains et plus, on voit que la solution de l'équation générale nous amène de nombreux facteurs de correction. Pour quatre terrains nous aurons les facteurs C_{13} et C_{23} respectivement associés à H_1 et H_2 . Sur l'abaque, le facteur C_{13} nous est donné en joignant V_1 (sur l'échelle V_{j-1}) et V_3 (sur l'échelle des vitesses V_j) et en lisant la valeur correspondante sur l'échelle des facteurs de correction. Le facteur C_{23} est trouvé en prenant V_2 et V_3 et en procédant comme ci-haut. Par contre, si l'on désire plus de précisions sur l'évaluation du/ou des facteurs correctifs, il est souhaitable d'utiliser l'abaque de la figure 17, tiré du manuel d'instructions fourni par Hunttec (70). Connaissant la valeur des rapports Z et X, on trouve la (ou les) valeur(s) correspondante(s) $C_{i-2, j-1}$ sur l'ordonnée. Cette (ou ces) valeur(s) multiplie(nt) la (ou les) valeur(s) H_{i-2} correspondante(s) et forme(nt) le (ou les) terme(s) correctif(s) qui sera (ou seront) soustrait au premier terme de l'équation générale pour obtenir la valeur H_{j-1} corrigée. Il est à noter que sur l'abaque de la figure 16 nous pouvons diviser ou multiplier les échelles par le même nombre.

L'abaque de la figure 18 nous donne, en fonction du rapport V_2/V_1 , la valeur de l'équation $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{V_2 - V_1}{V_2 + V_1}}$

Celle-ci, multipliée par la valeur de la distance critique Xc_1 , nous donne la solution de l'équation 6. Cet abaque peut également servir à évaluer le premier terme de l'équation générale, à savoir :

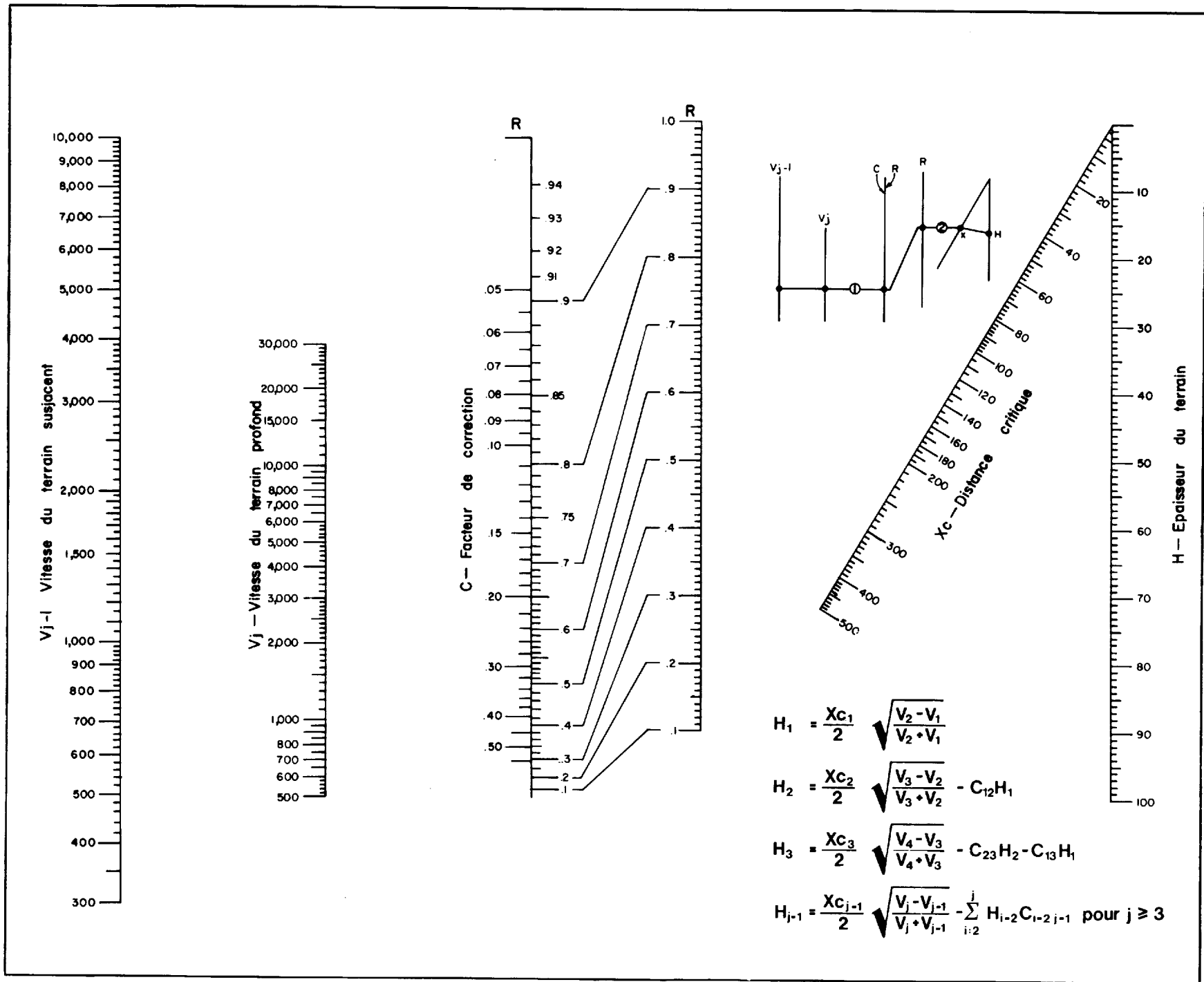


Figure 16 — Abaque d'interprétation pour terrains multiples et horizontaux, selon la méthode des distances critiques (tiré de Meidav, 1968).

$$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{V_j - V_{j-1}}{V_j + V_{j-1}}}$$

Cette valeur est multipliée par la distance critique correspondante Xc_{j-1} et réduite par le (ou les) facteur(s) de correction qui s'applique(nt). Le (ou les) terme(s) correctif(s) est (ou sont) trouvé(s) comme précédemment sur la figure 17.

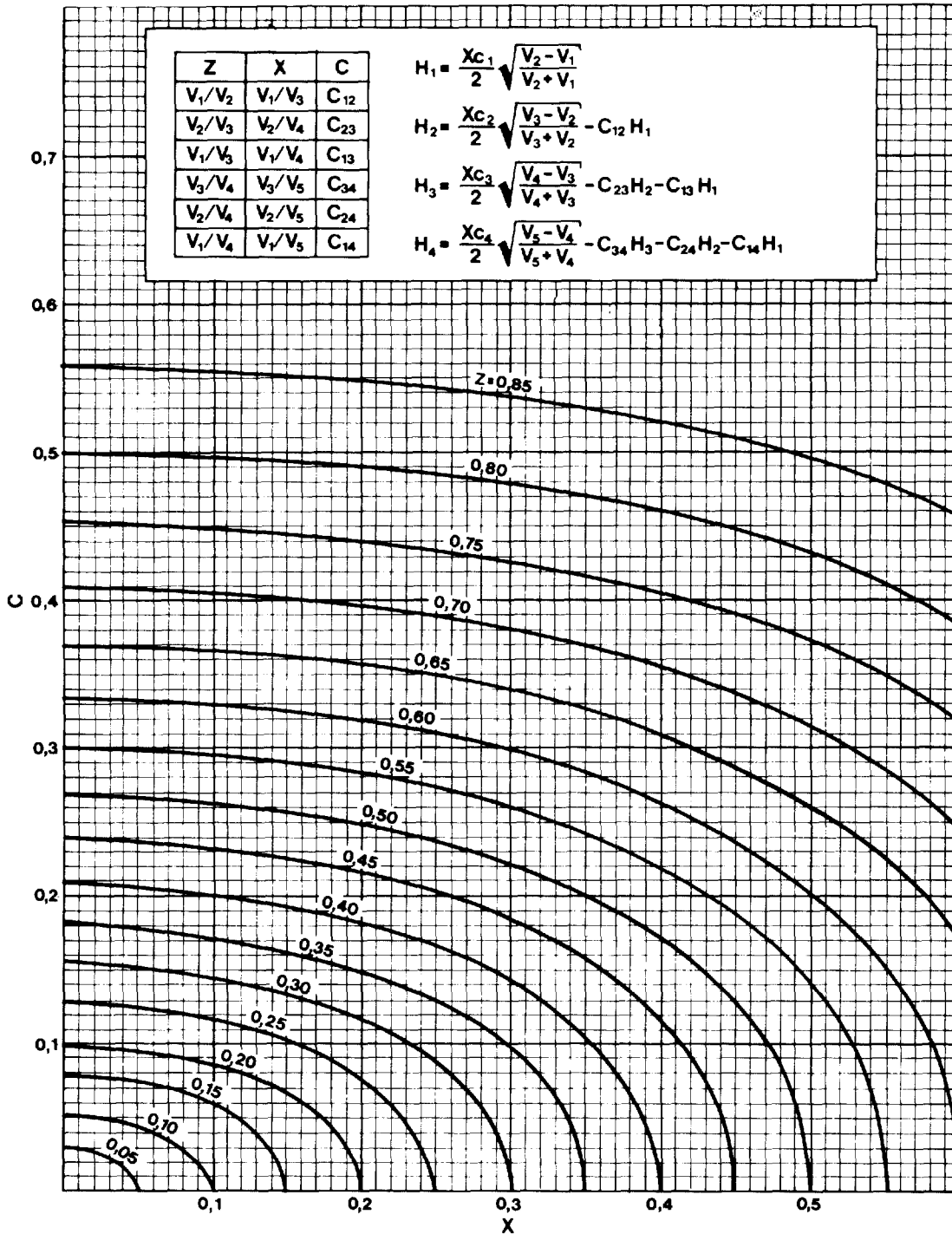


Figure 17 — Abaque des facteurs de correction pour terrains horizontaux, selon la méthode des distances critiques (Manuel d'instructions, Hunttec (70)).

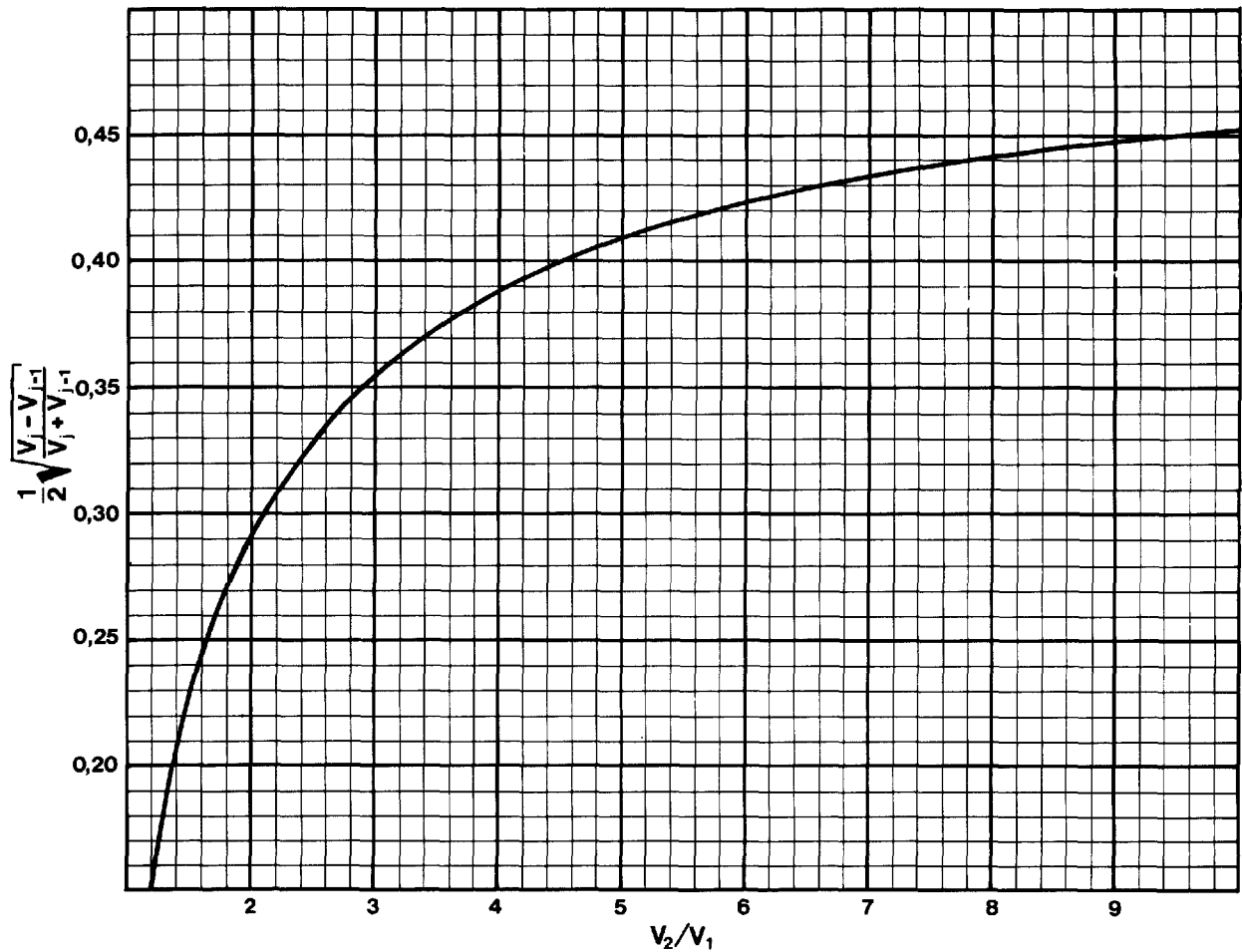


Figure 18 — Solution graphique de l'équation $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{V_j - V_{j-1}}{V_j + V_{j-1}}}$

Méthode des temps d'intersection

La formule générale applicable pour le calcul de l'épaisseur de chacune des couches individuelles par les temps d'intersection est la suivante :

$$H_{j-1} = \frac{T_{j-1}}{2} \frac{V_{j-i}}{\cos i_{j-1} j} - \sum_{i=2}^j H_{i-2} \frac{\cos i_{i-2} j}{\sin i_{i-2} j-1 \cos i_{j-1} j}$$

$i = 2, 3 \dots j$

où $j \geq 3$ nombre de couches correspondant aux vitesses présentes sur ces dromochroniques.

Cette formule est valable lorsque les milieux sont horizontaux ou presque.

La figure 19, tiré du manuel d'instructions fourni par Huntex (70) nous permet de trouver le premier terme de l'équation générale. En joignant les échelles T_{j-1} et V_{j-1} par une droite, en prenant les valeurs de T_1 et V_1 , nous déterminons un point sur la charnière centrale. Ensuite, de l'échelle des rapports de vitesse V_{j-1}/V_j en prenant les valeurs de V_1 et V_2 , nous traçons une seconde ligne qui passe par le point déterminé précédemment sur la charnière. L'épaisseur H_1 est lue directement sur l'échelle H_{j-1} . Pour la seconde épaisseur, la procédure est la même, mais les valeurs utilisées sont T_2 , V_2 et V_3 . Ceci détermine le premier terme non corrigé. Le terme correcteur à être calculé peut être obtenu à partir de la figure 20. Nous représentons ce dernier par :

$$\sum_{i=2}^j H_{i-2} D_{i-2 \ j-1}, \text{ pour } j \geq 3$$

Connaissant les rapports Z et X appropriés, nous trouvons sur l'ordonnée la valeur $D_{i-2 \ j-1}$ associée à l'épaisseur H_{i-2} . Il est à noter que $D_{i-2 \ j-1}$ est toujours supérieur à l'unité. En présence de quatre terrains ou plus, nous procédons comme ci-haut, en remplaçant T_2 par $T_3 \dots T_{j-1}$, V_2 par $V_3 \dots V_{j-1}$ et V_3 par $V_4 \dots V_j$. À l'abaque de la figure 19 nous pouvons diviser ou multiplier l'échelle des vitesses et des épaisseurs par la même valeur, afin d'en augmenter la précision.

Un autre abaque, que nous avons dressé, est présenté à la figure 21 et donne, en fonction du rapport V_2/V_1 , la valeur de l'équation :

$$\frac{1}{2} \frac{V_2}{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}}$$

Cette valeur, multipliée par le temps d'intersection à l'origine T_1 et par la vitesse du premier milieu V_1 , nous fournit la solution de l'équation 9. Cet abaque peut servir également à évaluer le premier terme de l'équation générale :

$$\frac{1}{2} \frac{V_j}{\sqrt{V_j^2 - V_{j-1}^2}} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{2 \cos i_{j-1 \ j}}$$

Nous remplaçons alors V_2 par V_j et V_1 par V_{j-1} . Cette valeur, multipliée par le terme $T_{j-1} V_{j-1}$ correspondant et réduite par le (ou les) facteur(s) de correction qui s'applique(nt), nous donne l'épaisseur de la couche correspondante H_{j-1} . Le (ou les) terme(s) correctif(s) est (ou sont) trouvé(s) comme précédemment sur la figure 20. Cet abaque n'est valable que lorsque les terrains sont horizontaux.

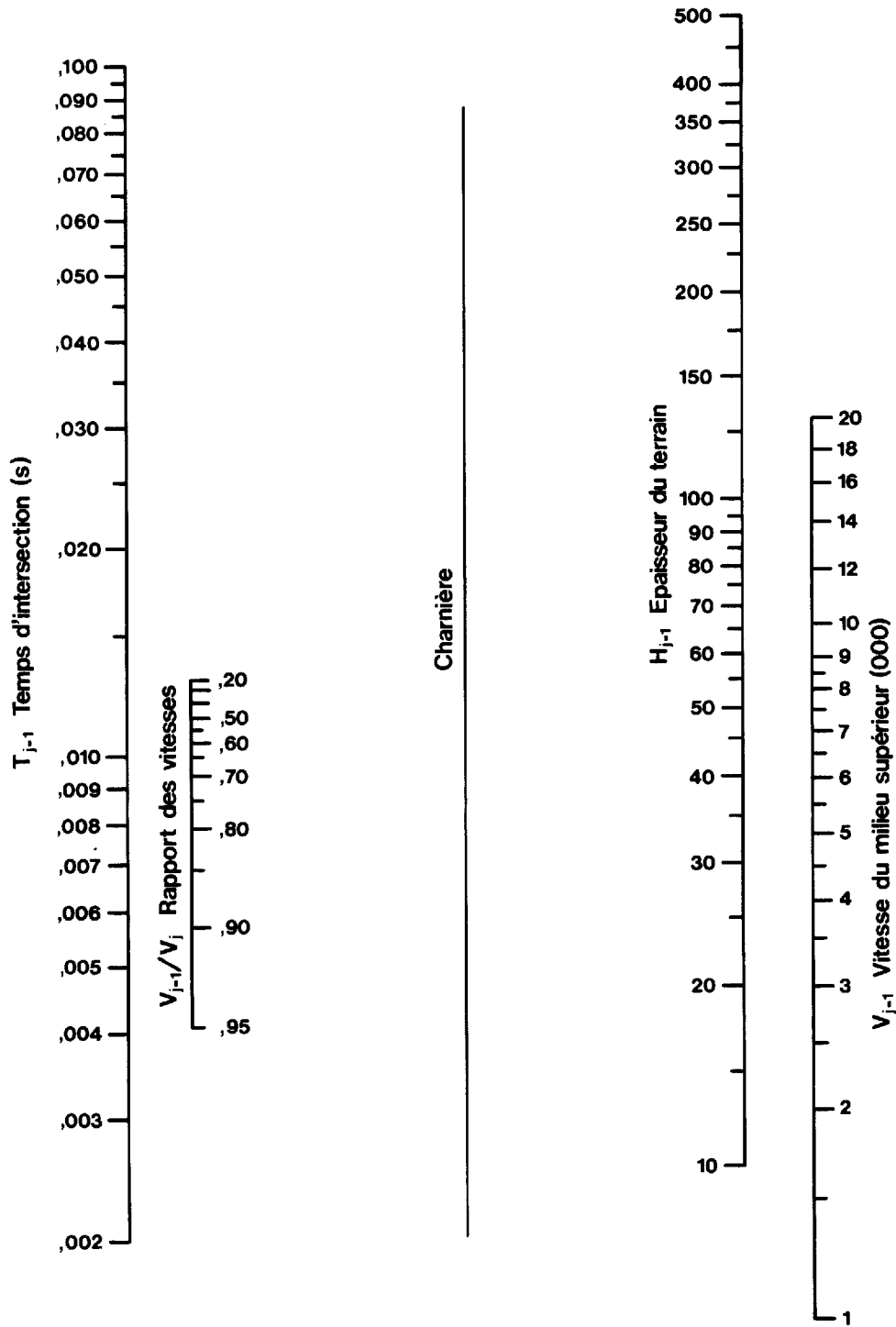


Figure 19 — Abaque d'interprétation pour terrains horizontaux, selon la méthode des temps d'intersection (Manuel d'instructions, Hunttec (70)).

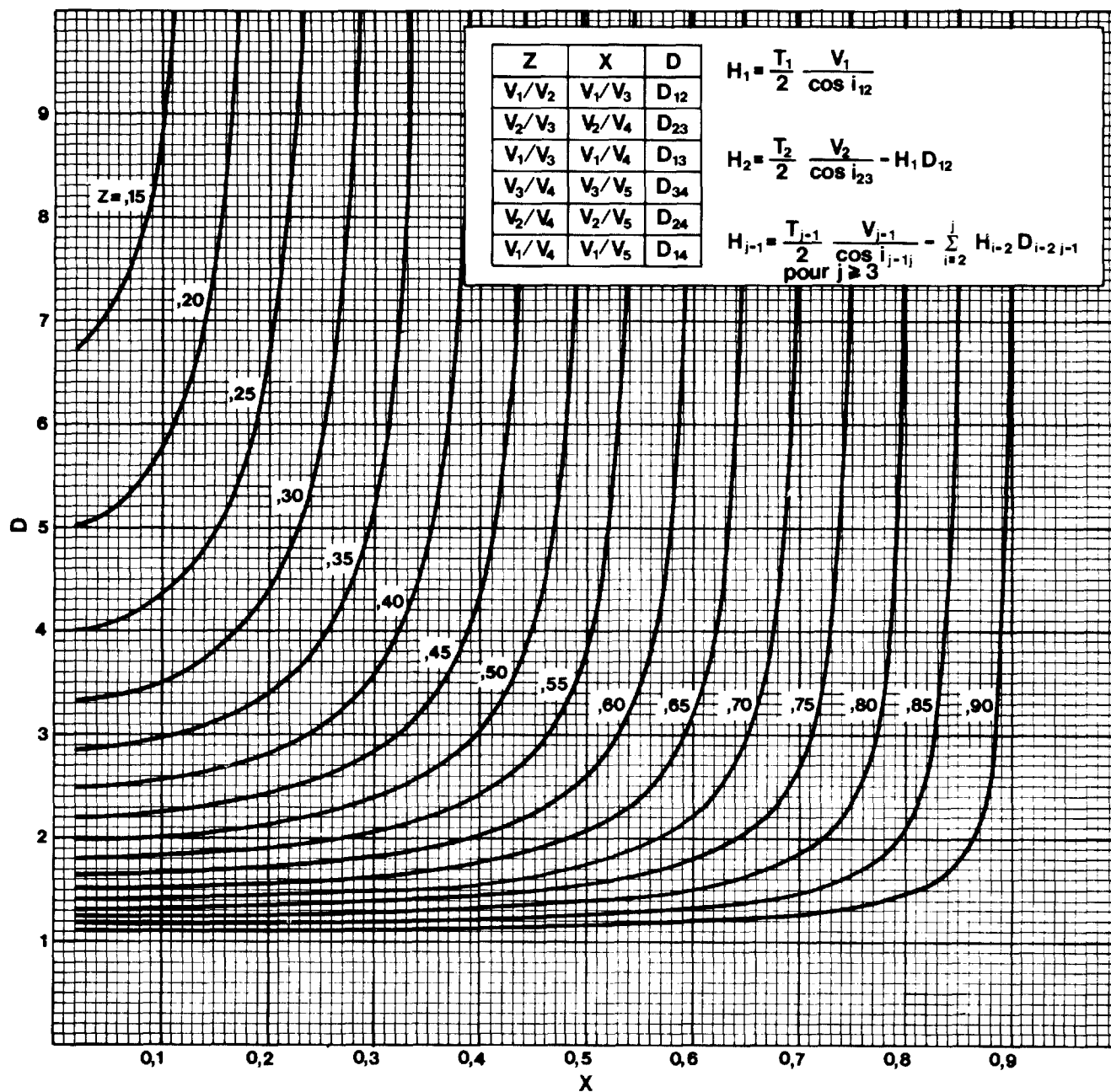


Figure 20 — Abaque des facteurs de correction pour terrains horizontaux, selon la méthode des temps d'intersection.

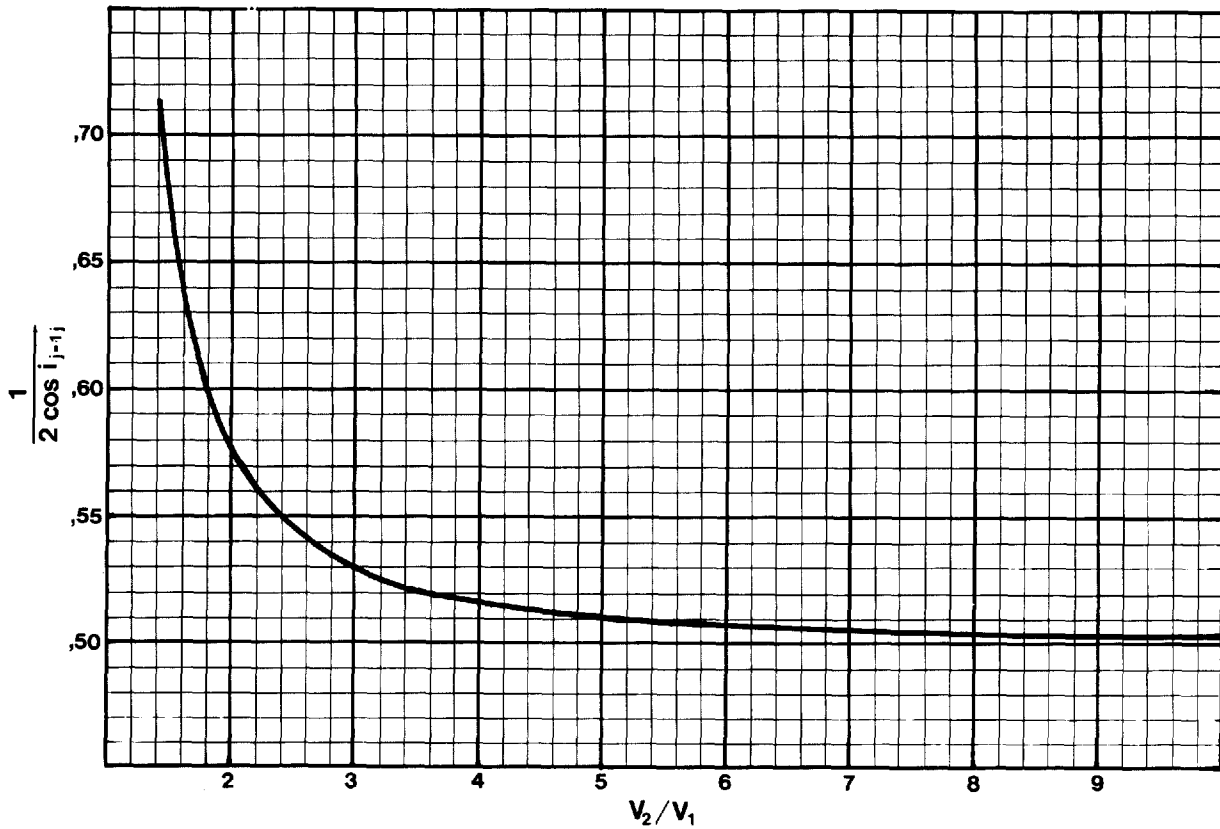


Figure 21 — Solution graphique de l'équation $\frac{1}{2} \frac{V_j}{\sqrt{V_j^2 - V_{j-1}^2}}$ ou $\frac{1}{2 \cos i_{j-1,j}}$

CALCUL PAR LA MÉTHODE DES TROIS POINTS

Jusqu'à maintenant, nous nous sommes attachés au calcul de l'épaisseur des couches sous les points de tir. La méthode dite des trois points ou de Hawkins, exposée ci-bas, nous permet de calculer des épaisseurs intermédiaires à celles calculées aux points de tir. Ces épaisseurs s'appliquent sous les géophones et sont calculées pour la région de chevauchement des arrivées réfractées pour un réfracteur donné (figure 22a). Nous définissons le temps de délai comme la différence entre le temps pris par l'onde sismique pour parcourir le trajet du rayon sismique $\overline{DG_8}$, à la vitesse du milieu supérieur (V_1), et le temps pris pour parcourir, à la vitesse du réfracteur (V_2), la projection de ce rayon sismique sur l'interface, c'est-à-dire \overline{DE} (figure 22b). Nous devons souligner ici, qu'en présence de surfaces de réfraction très irrégulières, une certaine approximation est jointe à cette analyse. Par contre, lorsque cette surface réfractrice est plane (toit incliné) et régulière la présente analyse est exacte.

Le temps de délai au point de tir A vaut:
$$\Delta T_A = \frac{\overline{AC}}{V_1} - \frac{\overline{FC}}{V_2}$$

et celui du géophone 8 vaut:
$$\Delta T_{G_8} = \frac{\overline{DG_8}}{V_1} - \frac{\overline{DE}}{V_2} = \frac{H_1 G_8}{\cos i_{12} V_1} - \frac{H_1 G_8 \operatorname{tg} i_{12}}{V_2}$$

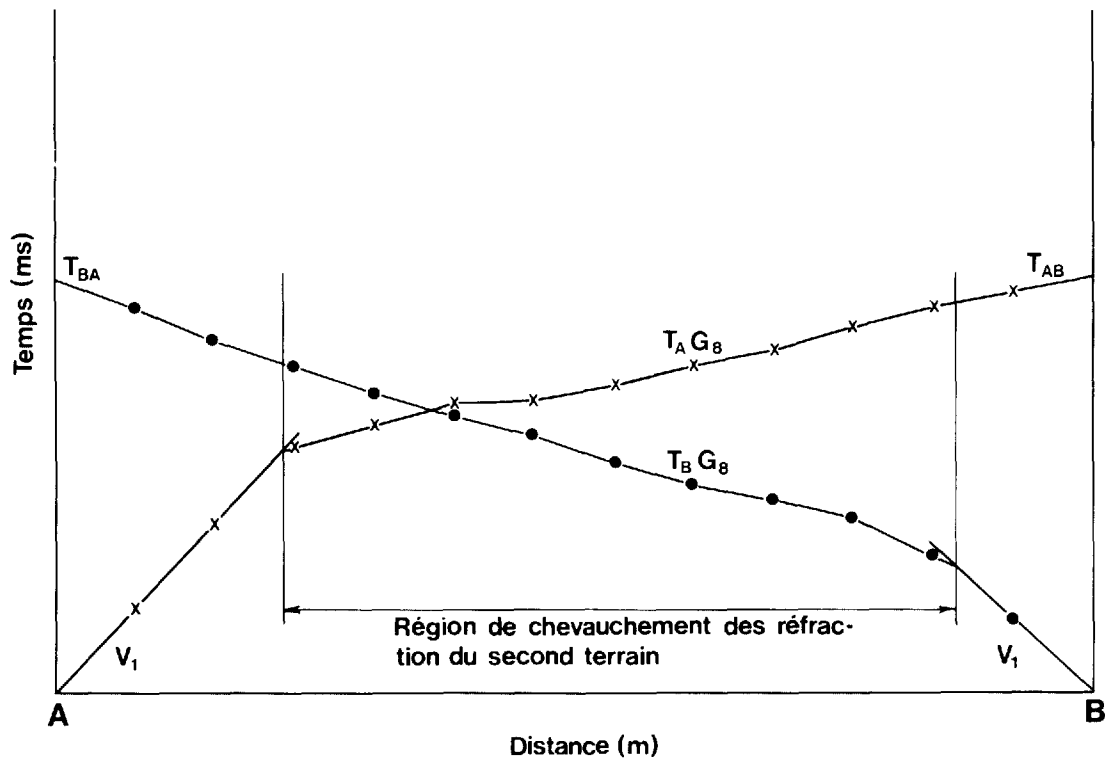


Figure 22a — Dromochroniques pour un cas deux terrains, dont le toit du second terrain présente une surface irrégulière.

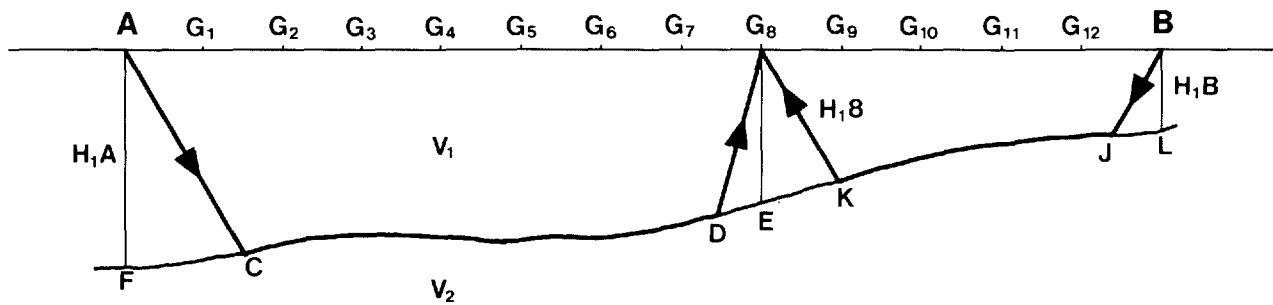


Figure 22b — Représentation schématique du trajet normal et du trajet inverse, pour le calcul de l'épaisseur par la méthode des temps de délais.

et par simplification nous trouvons :

$$H_{1G_8} = \frac{\Delta T_{G_8} V_1}{\cos i_{12}} \quad (29)$$

L'équivalence entre le temps de délai et le temps d'intersection est évidente, surtout lorsque nous comparons les équations 29 et 9.

Avant de discuter la manière par laquelle nous déterminons les temps de délais, sur les graphiques temps-distance, nous considérerons le trajet de l'onde réfractée du point de tir A au géophone 8, lequel est montré à la figure 22b. Le temps de délai total vaut, par définition :

$$\Delta T_{AG_8} = T_{AG_8} - \frac{\overline{AG_8}}{V_2}$$

où T_{AG_8} est le temps de trajet total observé du point de tir A au géophone 8. Il peut être démontré que le temps de délai total est la somme des temps de délais au point de tir et au géophone, c'est-à-dire :

$$\Delta T_{AG_8} = \Delta T_A + \Delta TG_8$$

Or, en combinant ces deux égalités nous obtenons l'équation suivante, pour le temps de délai sous le géophone considéré :

$$\Delta TG_8 = T_{AG_8} - \frac{\overline{AG_8}}{V_2} - \Delta T_A \quad (30)$$

Donc si ΔT_A était connu, ΔTG_8 et la profondeur du réfracteur sous le géophone pourraient être calculés.

Considérons maintenant les dromochroniques de la figure 22a ; celles-ci nous montrent les temps d'arrivée aux géophones, de l'onde générée au point de tir A et au point de tir B. Le temps total T_{AB} du tir normal doit être égal au temps total T_{BA} du tir inverse. Dans la littérature, celui-ci est désigné parfois comme étant le temps réciproque. Les temps d'arrivée au géophone 8, à partir des deux points de tir A et B, sont désignés par T_{AG_8} et T_{BG_8} respectivement. Notre but, rappelons-le, est de déterminer le temps de délai (ΔTG_8) au géophone et ce à partir des courbes temps-distance. De l'équation 30, nous pouvons écrire chacun des temps d'arrivée en terme de composante des temps de délais.

$$T_{AG_8} = \Delta T_A + \Delta TG_8 + \frac{\overline{AG_8}}{V_2}$$

et

$$T_{BG_8} = \Delta T_B + \Delta TG_8 + \frac{\overline{AB} - \overline{AG_8}}{V_2}$$

De façon similaire, le temps total peut être exprimé en terme des temps de délais.

$$T_{AB} = \Delta T_A + \Delta T_B + \frac{\overline{AB}}{V_2}$$

Des trois équations ci-haut nous tirons :

$$T_{AG_8} + T_{BG_8} = 2\Delta TG_8 + T_{AB}$$

c'est-à-dire que le temps de délai pour le géophone 8 s'exprime par :

$$\Delta TG_8 = \frac{1}{2} (T_{AG_8} + T_{BG_8} - T_{AB}) \quad (31)$$

À noter que le temps de délai associé au géophone n est déterminé en soustrayant le temps total de la somme des deux temps d'arrivée et en divisant par deux le résultat. Donc, la profondeur, sous le géophone, du toit du réfracteur peut être calculée grâce à l'équation 29, que l'on peut écrire sous la forme générale suivante :

$$H_1 G_n = \frac{\Delta T G_n V_1}{\cos i_{12}} \quad (32)$$

Les temps d'arrivée T_{AG_8} et T_{BG_8} de l'équation (31) sont les temps d'arrivée d'une onde sismique réfractée par le même terrain, le premier généré au point de tir A et l'autre au point de tir B (figure 22a). Les distances, du point de tir A au géophone 1 et du point de tir B au géophone 12, sont égales.

Une solution alternative est proposée ici pour retrouver l'équation 29. Nous considérons la solution suivante, à savoir :

$$\begin{aligned} T_{AB} &= \frac{\overline{AC}}{V_1} + \frac{\overline{CDKJ}}{V_2} + \frac{\overline{JB}}{V_1} \\ &= \frac{H_1 A}{\cos i_{12} V_1} + \frac{\overline{AB} - H_1 A \operatorname{tg} i_{12} - H_1 B \operatorname{tg} i_{12}}{V_2} \\ &\quad + \frac{H_1 B}{\cos i_{12} V_1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} T_{AG_8} &= \frac{\overline{AC}}{V_1} + \frac{\overline{CD}}{V_2} + \frac{\overline{DG_8}}{V_1} \\ &= \frac{H_1 A}{\cos i_{12} V_1} + \frac{\overline{AG_8} - H_1 A \operatorname{tg} i_{12} - H_1 G_8 \operatorname{tg} i_{12}}{V_2} \\ &\quad + \frac{H_1 G_8}{\cos i_{12} V_1} \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned} T_{BG_8} &= \frac{\overline{BJ}}{V_1} + \frac{\overline{JK}}{V_2} + \frac{\overline{KG_8}}{V_1} \\ &= \frac{H_1 B}{\cos i_{12} V_1} + \frac{(\overline{AB} - \overline{AG_8}) - H_1 B \operatorname{tg} i_{12} - H_1 G_8 \operatorname{tg} i_{12}}{V_2} \\ &\quad + \frac{H_1 G_8}{\cos i_{12} V_1} \end{aligned}$$

En combinant les trois équations nous retrouvons :

$$T_{AG_8} + T_{BG_8} - T_{AB} = \frac{2H_1 G_8}{V_1} \left(\frac{1 - \sin^2 i_{12}}{\cos i_{12}} \right) = \frac{2H_1 G_8 \cos i_{12}}{V_1}$$

ou alors :

$$H_1 G_8 = \frac{1}{2} (T_A G_8 + T_B G_8 - T_{AB}) \frac{V_1}{\cos i_{12}}$$

Exprimé différemment, nous aurons :

$$H_1 G_8 = \frac{\Delta T G_8 V_1}{\cos i_{12}}$$

Avant d'étendre la méthode de calcul, par le temps de délai, à plus de deux terrains, il est important de noter que cette méthode ne s'applique que lorsqu'il y a chevauchement des arrivées réfractées d'un même terrain. En d'autres termes, la longueur de la ligne sismique doit être suffisante pour assurer le chevauchement des arrivées réfractées. Dans l'exemple de la figure 22a, neuf géophones montrent un chevauchement des arrivées réfractées du même milieu. Donc, en plus des deux épaisseurs que nous pouvons calculer aux deux points de tir A et B, nous sommes en mesure de calculer neuf épaisseurs additionnelles et ce sous les géophones 3 à 11 inclusivement.

Idéalement le temps de délai peut se calculer sous chaque géophone et pour chaque milieu présent. Pour le cas trois terrains, il est important de connaître l'épaisseur du premier milieu sous toute la longueur du levé, ou sous chacun des géophones, pour lesquels nous voulons calculer la deuxième épaisseur. Le temps de délai total sera réduit (lors du calcul) du temps de délai associé à l'épaisseur du premier milieu présent sous le géophone considéré. Pour cette raison, lors des levés de terrain, il y aura des essais effectués entre les deux points de tir considérés jusqu'à maintenant, à savoir A et B. Ces essais nous permettront d'évaluer plus précisément l'épaisseur de ce premier milieu, sur toute la longueur du levé, et ainsi, augmenter considérablement la précision de nos calculs.

La formule pour le cas trois terrains est déduite comme précédemment, en considérant le temps total et les temps associés aux géophones, pour le trajet réfracté au toit du troisième milieu. Elle s'exprime de la façon suivante :

$$H_2(G_n) = \left(\Delta T_2(G_n) - \frac{H_1(G_n) \cos i_{13}}{V_1} \right) \frac{V_2}{\cos i_{23}} \quad (33)$$

$\Delta T_2(G_n) = \Delta T(H_1 + H_2)$ = Temps de délai combiné pour le premier et le second milieu et associé au géophone n.

$\frac{H_1(G_n) \cos i_{13}}{V_1}$ = temps de délai pour le premier milieu, associé à la réfraction du toit du troisième milieu au géophone n.

L'équation 33 est identique à l'équation 21, car le temps de délai combiné au point de tir A (figure 6a) est T_2 (le temps d'intersection) et le second terme de l'équation 33 représente le terme correcteur, associé à l'épaisseur H_1 (du premier milieu) et sous le point de tir A.

VITESSE VRAIE

Le lecteur aura sans doute noté qu'il est nécessaire de connaître la vitesse vraie des terrains en présence, pour pouvoir en calculer les épaisseurs correspondantes. En présence d'un terrain incliné dont la surface de contact est plane, comme dans plusieurs des cas traités précédemment, nous sommes en mesure de calculer facilement la vraie vitesse de ce milieu, soit de façon mathématique (équations 14, 27 et 28), soit à partir du graphique de la figure 23 que nous avons dressée. Cet abaque nous permet de trouver rapidement la vitesse vraie, une fois le rapport V_{j-1}/V_j vrai déterminé. Pour cela, il suffit de rapporter en ordonnée les valeurs de V_{j-1}/V_j^+ et de V_{j-1}/V_j^- à la courbe et de noter, en abscisse, les valeurs correspondantes de $i_{j-1} \pm \Phi$. La valeur vraie de i_{j-1} , est la demi-somme des valeurs lues en abscisse et Φ , le pendage, est la demi-différence de ces mêmes valeurs. Connaissant la valeur de V_{j-1} vraie, nous retrouvons V_j , la vitesse vraie du milieu sous-jacent, en reportant sur l'ordonnée la valeur correspondante à i_{j-1} , qui vaut: V_{j-1}/V_j .

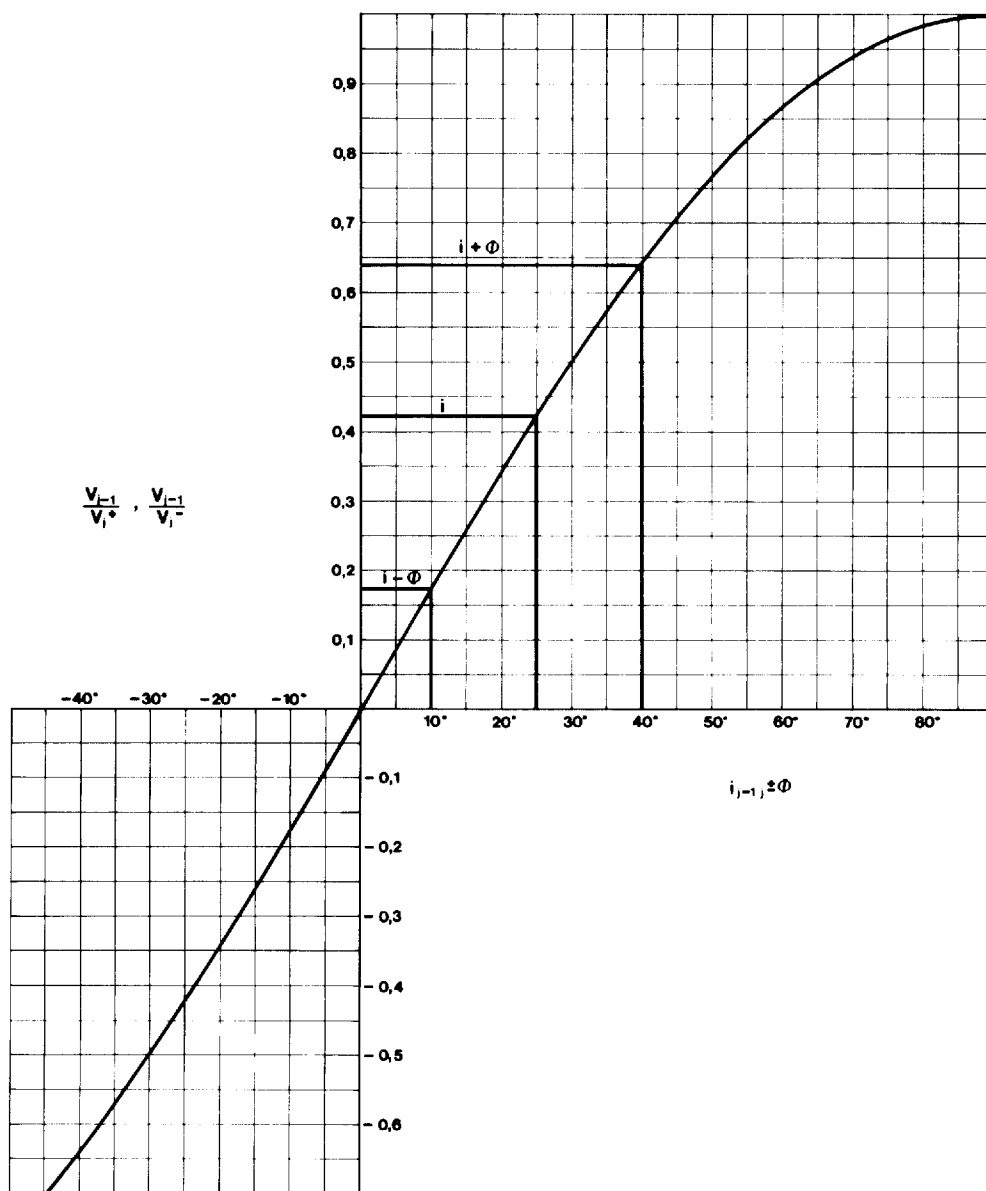


Figure 23 — Abaque pour le calcul des vitesses vraies par les rapports des vitesses apparentes.

Pour les cas de forts pendages, nous pouvons rencontrer les situations qui sont schématisées aux figures 24a, 24b et 24c. La figure 24a nous montre que, si $i_{j-1j} + \Phi$ est plus grand que 90° , le rayon réfracté se dirigeant vers le pendage aval de l'interface ne peut pas émerger à la surface du sol. Sur la courbe temps-distance, vers le pendage aval, seule la vitesse V_1 sera présente.

La vitesse dans le sens du pendage amont répond à l'équation :

$$V_2^+ = \frac{V_1}{\sin(i_{12} - \Phi)}$$

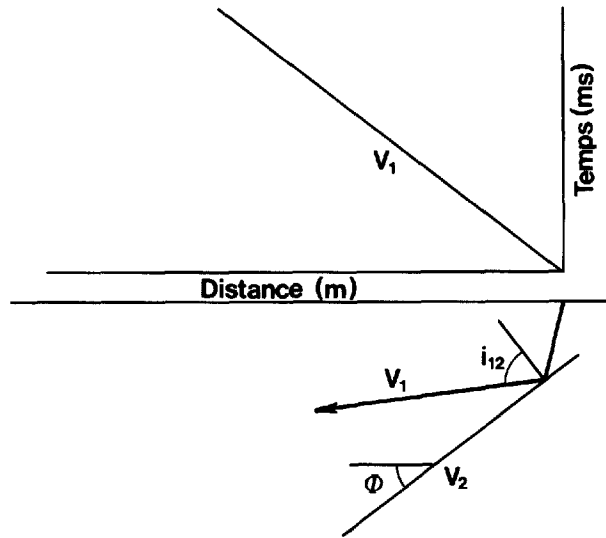


Figure 24a — Si $i_{12} + \Phi > 90^\circ$, le rayon réfracté dans le sens du pendage aval n'émerge pas en surface.

Elle est donc infinie si i_{12} égale Φ , négative si i_{12} est plus petit que Φ . Les figures 24b et 24c montrent ces deux conditions. En présence d'un réfracteur très irrégulier il est parfois difficile de calculer sa vitesse vraie. La figure 25a représente une situation qui peut être rencontrée et où il est difficile de faire passer une droite (par les temps de réfraction), qui nous permettrait d'évaluer la vitesse du réfracteur. Dans pareil cas, il convient de calculer la vitesse vraie en utilisant les temps de délais, dérivés de l'équation 36, pour chaque géophone où nous pouvons les calculer. Ces temps de délais, calculés pour la zone de chevauchement, sont retranchés du temps d'arrivée, tel que montré dans la figure 25a. La pente, des droites passant par le plus grand nombre de points, nous donne la vitesse vraie du réfracteur. Pour ce cas, la méthode des trois points est facilement applicable et celle-ci nous permet de donner une image assez précise du toit du réfracteur figure 25b.

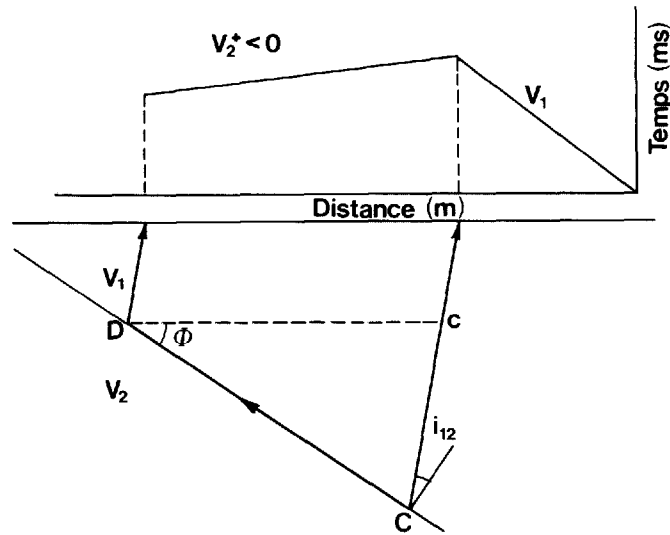


Figure 24b — Condition limite, $i_{12} = \phi$, pour obtenir, dans le sens du pendage amont, V_2 égale à l'infini.

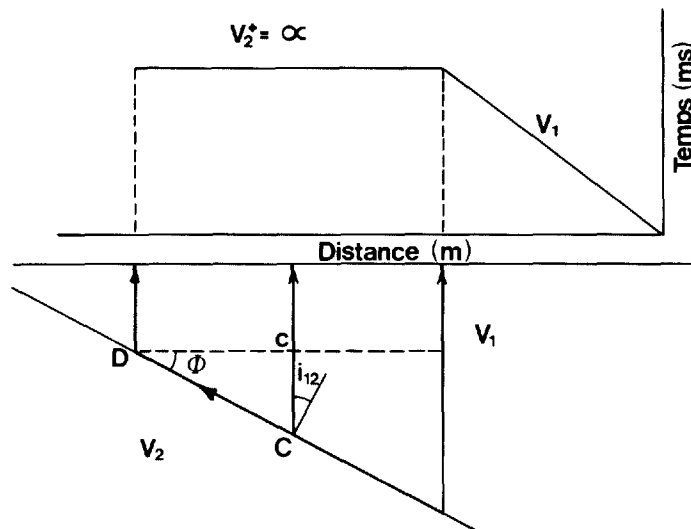


Figure 24c — Condition limite, $i_{12} < \phi$, pour obtenir, dans le sens du pendage amont, $V_2 < 0$ (vitesse négative).

| | | | | | | | | | |
|-------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| T_{AG_n} | 18,0 | 16,5 | 16,5 | 16,5 | 20,0 | 21,5 | 23,5 | 26,0 | 26,5 |
| T_{BG_n} | 25,5 | 24,0 | 20,0 | 17,0 | 18,0 | 15,5 | 14,0 | 12,5 | 10,0 |
| $T_{AB} - T_{BA}$ | -29,8 | -29,8 | -29,8 | -29,8 | -29,8 | -29,8 | -29,8 | -29,8 | -29,8 |
| $\Delta T_2 G_n$ | 16,7 | 10,7 | 6,7 | 3,7 | 8,2 | 7,2 | 7,7 | 8,7 | 6,7 |
| | 8,4 | 5,4 | 3,4 | 1,9 | 4,1 | 3,6 | 3,9 | 4,4 | 3,4 |

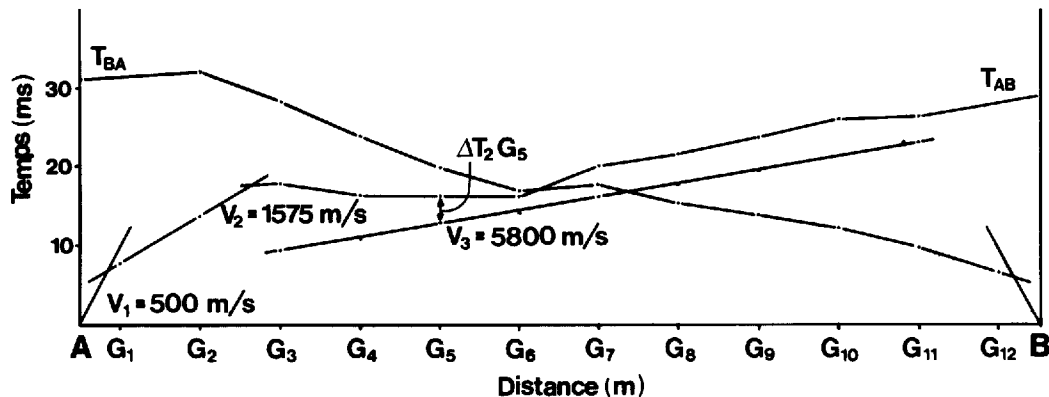


Figure 25a — Représentation du calcul de la vitesse vraie par les temps de délai.

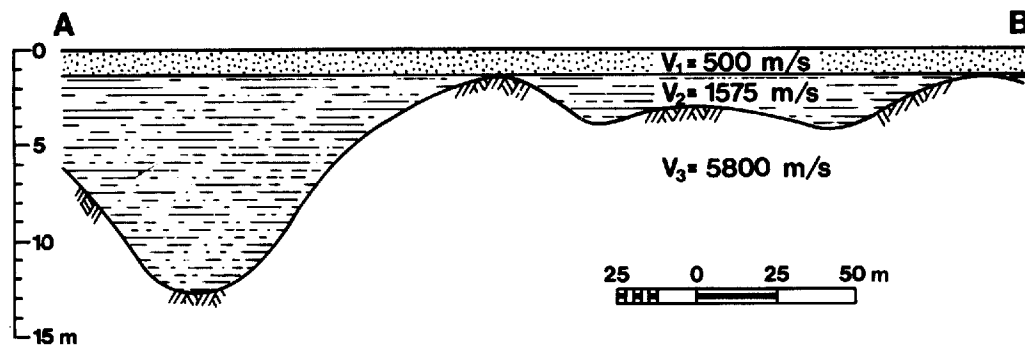


Figure 25b — Topographie du réfracteur de vitesse V_2 , obtenue par la méthode des trois points.

La mise en graphique des différences des temps d'arrivée, pour la région de chevauchement, tel que montré dans la figure 26, nous donne la demi-vitesse vraie du réfracteur. Cette façon de procéder est rapide et tout comme la méthode précédente, nous permet de vérifier si les temps de réfraction, que nous considérons comme provenant d'un même réfracteur, appartiennent bien tous à ce même réfracteur. Si tel n'était pas le cas, il serait difficile de joindre par une seule droite les points ainsi calculés et au contraire nous pourrions, par exemple, tracer deux droites qui relieraient la majorité des points. Cette anomalie est le signe que nous prenons des réfractions provenant de deux milieux différents et que nous les considérons comme provenant d'un seul et même milieu. C'est en quelque sorte une façon de vérifier si notre interprétation est juste.

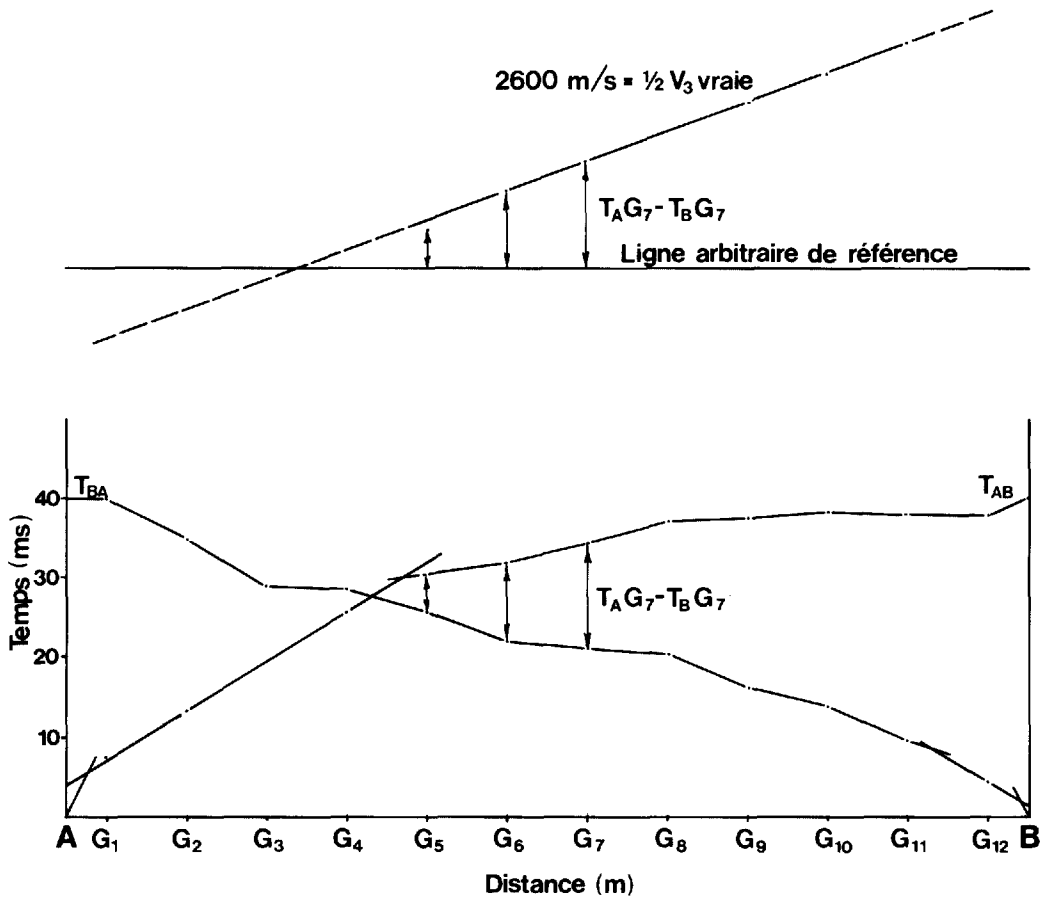


Figure 26 — Calcul de la vitesse du réfracteur par les différences des temps d'arrivée.

ABAQUES POUR TERRAINS INCLINÉS

Méthode des distances critiques

Nous avons vu précédemment qu'en présence de terrains inclinés, il est de toute première importance de connaître les vitesses vraies de tous les milieux présents au site du levé sismique. Les équations 12, 13, 16, 17, 23, 24, 25 et 26 reflètent bien cette nécessité, car leurs solutions requièrent la connaissance des vraies vitesses des milieux considérés. Lorsque les surfaces de contact entre les différents milieux sont planes, ou très légèrement bosselées, il devient alors possible de joindre facilement, par des droites de pente $1/V_1$, $1/V_2^-$... $1/V_j^+$, le plus grand nombre de points appartenant à une même vitesse. Cette première analyse nous fournit les vitesses apparentes des milieux présents et, grâce aux équations 14 et 15 ou à l'abaque de la figure 23, nous pouvons calculer les vitesses vraies ainsi que les pendages de ces terrains. À la figure 27, sont tracées, en fonction du rapport des vitesses vraies et pour des pendages de 2, 5, 10 et 15 degrés, une série de courbes nous donnant pour un rapport et un pendage donnés, la solution de l'équation :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1 - \sin(i_{12} \pm \Phi)}{\cos i_{12} \cos \Phi} \right)$$

Les courbes 2, 5, 10 et 15 degrés, supérieures à la courbe centrale, correspondent à la solution de l'équation dans le sens du pendage amont, c'est-à-dire $\sin(i_{12} - \Phi)$, alors que les courbes inférieures correspondent à la solution dans le sens du pendage aval, $\sin(i_{12} + \Phi)$. La valeur trouvée est donc multipliée, pour le premier cas, par $X\bar{c}_1^+$ et pour le second cas, par $X\bar{c}_1^-$, ce qui nous donnera les épaisseurs H_1^+ et H_1^- .

L'abaque vaut également pour solutionner le premier terme des équations 23 et 24 (cas d'un réfracteur incliné recouvert par un terrain horizontal). Il suffit, pour de tels problèmes, de prendre sur l'abscisse le rapport V_3/V_2 et, connaissant le pendage du toit du troisième milieu, retrouver le terme exact. La valeur trouvée sera multipliée par $X\bar{c}_2^+$ pour la solution dans le sens du pendage amont et par $X\bar{c}_2^-$ pour la solution dans le sens du pendage aval. Il reste à trouver le second terme des équations 23 et 24 qui, soustrait de la première partie de l'équation, nous donnera les épaisseurs H_2^+ et H_2^- correspondantes.

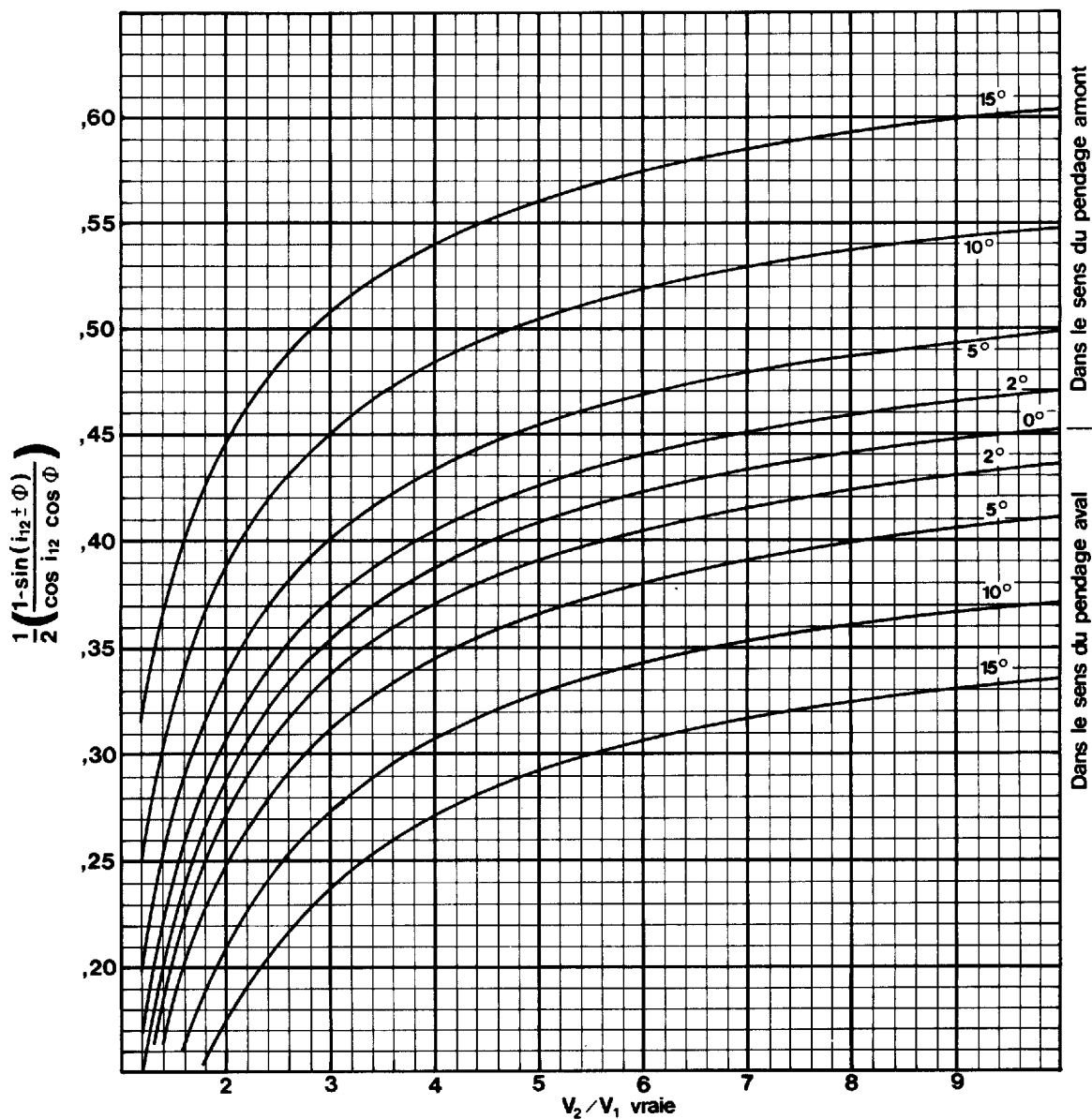


Figure 27 — Abaque pour le calcul des épaisseurs, par la méthode des distances critiques, cas deux terrains en pente.

Méthode des temps d'intersection

La représentation graphique de la solution de l'équation $\frac{1}{2 \cos i_{12} \cos \Phi}$ est caractérisée par un ensemble de courbes qui sont supérieures à la courbe générale ((pendage nul) figure 28). À la figure 27, la solution dans le sens du pendage amont, par les distances critiques, nous donne des courbes supérieures à la solution générale (pendage nul), alors que la solution dans le sens du pendage aval nous donne des courbes inférieures à la solution générale. Donc, pour un même rapport, V_2/V_1 , le terme multiplicateur de la solution dans le sens du pendage amont est plus grand que le terme multiplicateur de la solution dans le sens du pendage aval. Également, on aura noté qu'un pendage (même faible) nous éloigne appréciablement de la solution générale lors du calcul par la méthode des distances critiques.

Par la méthode des temps d'intersection, l'effet du pendage nous écarte légèrement de la courbe (pendage nul) pour des valeurs de pendage inférieures à 10 degrés (figure 28).

Pour utiliser l'abaque de la figure 28, il suffit de connaître le rapport des vitesses vraies et le pendage du toit du second milieu. Pour ce faire, on procède comme précédemment, soit de façon mathématique (équation 14), soit de façon graphique (figure 23). Connaissant le rapport V_2/V_1 et le pendage, nous trouvons sur la figure 28 le terme exact de la solution $\frac{1}{2 \cos i_{12} \cos \Phi}$ qui, multiplié par $T_1^+ V_1$ et $T_1^- V_1$, nous donnera l'épaisseur, dans le sens du pendage amont, H_1^+ et H_1^- , l'épaisseur dans le sens du pendage aval. L'abaque est construit pour des pendages de 5, 10, 15 et 30 degrés.

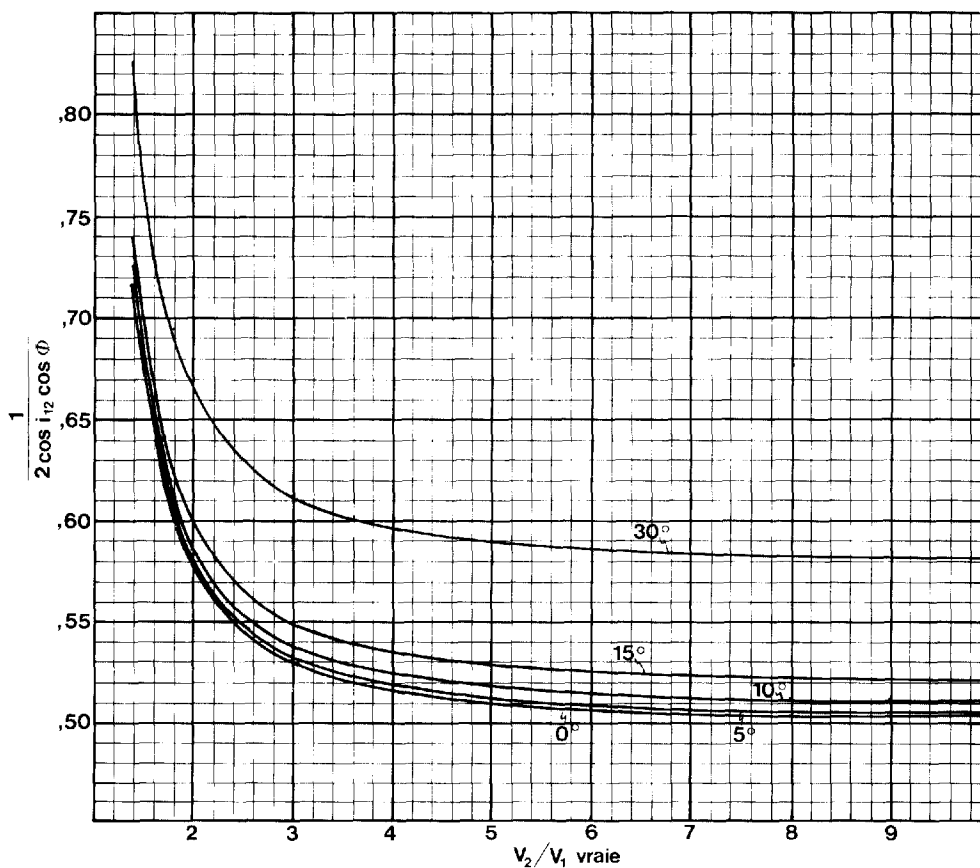


Figure 28 — Abaque pour le calcul des épaisseurs, par la méthode des temps d'intersection, cas deux terrains en pente.

Erreur possible lors du calcul pour terrains inclinés

Nous avons traité précédemment des sources d'erreurs possibles, résultant de l'agencement des différents terrains présents sous le profil sismique, à savoir: le problème de la couche cachée (épaisseur faible d'un terrain de vitesse plus grande que le terrain de surface) et du cas des inversions de vitesse (terrain de vitesse lente intercalé, $V_2 < V_1 < V_3$). Dans cette section nous discuterons d'une autre source d'erreur importante, qui cette fois, est attribuable non pas aux propriétés particulières des terrains présents, mais bien à l'interpréteur. Nous avons vu qu'une solution rigoureuse tient compte des vitesses vraies et des pendages de chacun des terrains présents sous le profil sismique. Les équations 12, 13, 14, 15, 23, 24, 25, 26, 27 et 28 et les figures 23, 27 et 28 reflètent bien cette nécessité. Si les vitesses vraies et les pendages des couches ne sont pas bien définis, ou si l'on néglige d'en tenir compte, lors de l'interprétation, il en résultera une source d'erreur appréciable dans l'évaluation des structures sous-jacentes.

Le fait est mis en évidence, de façon graphique, par l'abaque de la figure 29. Celui-ci a été dressé, en utilisant la méthode des distances critiques, pour des pendages Φ de 2, 5, 10, 15 et 30 degrés et ce, en fonction du rapport V_2/V_1 vrai et des rapports H'_1/H_1^- et H'_1/H_1^+ . Pour la solution dans le sens du pendage amont, l'épaisseur calculée, en ne tenant pas compte de la vitesse vraie et du pendage (H'_1), nous donne une sous-évaluation de l'épaisseur vraie (H_1^+), alors que la solution dans le sens du pendage aval, surévalue la véritable épaisseur du milieu ($H'_1/H_1^- > 1$). Il est à noter que, plus le rapport V_2/V_1 est grand, moins l'erreur est importante. Également, plus le pendage est faible moins grande est l'erreur. À titre d'exemple: un rapport V_2/V_1 vrai de 3 et un pendage de 10° nous donnent pour la solution dans le sens du pendage amont un rapport H'_1/H_1^+ de 0,94 alors que, pour la solution dans le sens du pendage aval, le rapport H'_1/H_1^- vaut 1,066.

CHOIX DE LA LONGUEUR DE LIGNE (2 TERRAINS)

L'une des plus importantes conditions à satisfaire, pour solutionner les problèmes de sismique réfraction, est sans doute, le choix adéquat de la longueur de la ligne sismique. Dans la pratique, cette longueur est choisie au moins supérieure à trois fois la distance critique. Cette pratique assure une évaluation plus précise de la vitesse du dernier milieu et permet également de dresser qualitativement un schéma d'interprétation de la structure sous-jacente. À la figure 30, une courbe fut tracée en fonction de V_2/V_1 vrai et du rapport de la distance critique sur l'épaisseur du premier terrain. Ce graphique a été tracé en utilisant l'équation 6. En guise d'exemple, une épaisseur de 20 m de mort-terrain, caractérisée par une vitesse de 1 500 m/s et reposant sur un calcaire dont la vitesse est de 4 000 m/s, donne un rapport Xc_1/H_1 d'environ 3. Cela implique que la distance critique est de l'ordre de 60 m et que, par conséquent, la longueur de la ligne sismique devra être de quelque 180 m, pour assurer une couverture adéquate du réfracteur profond, représenté par le calcaire.

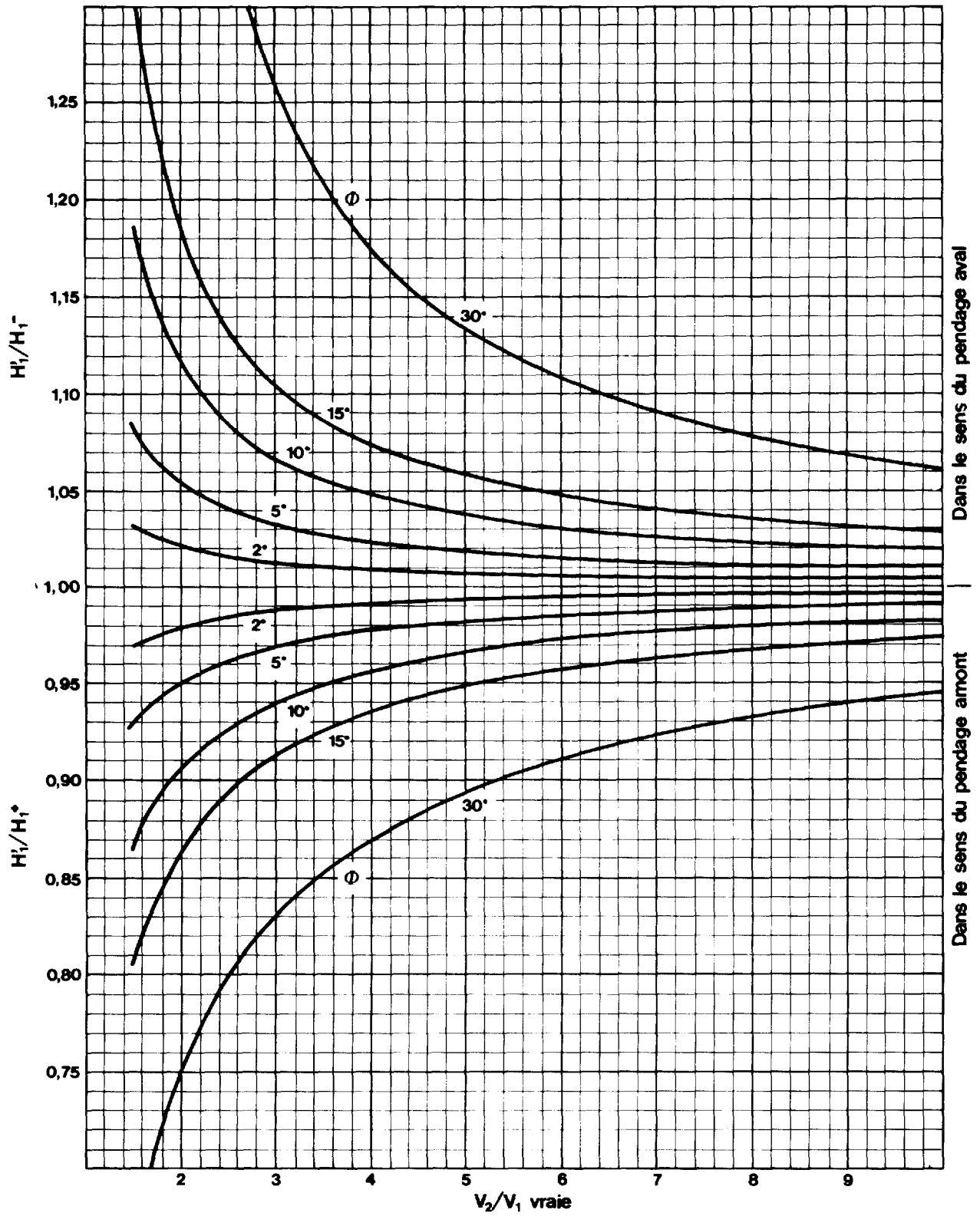


Figure 29 — Rapport de l'épaisseur apparente sur l'épaisseur vraie en fonction des rapports de vitesse et de l'angle du réfracteur.

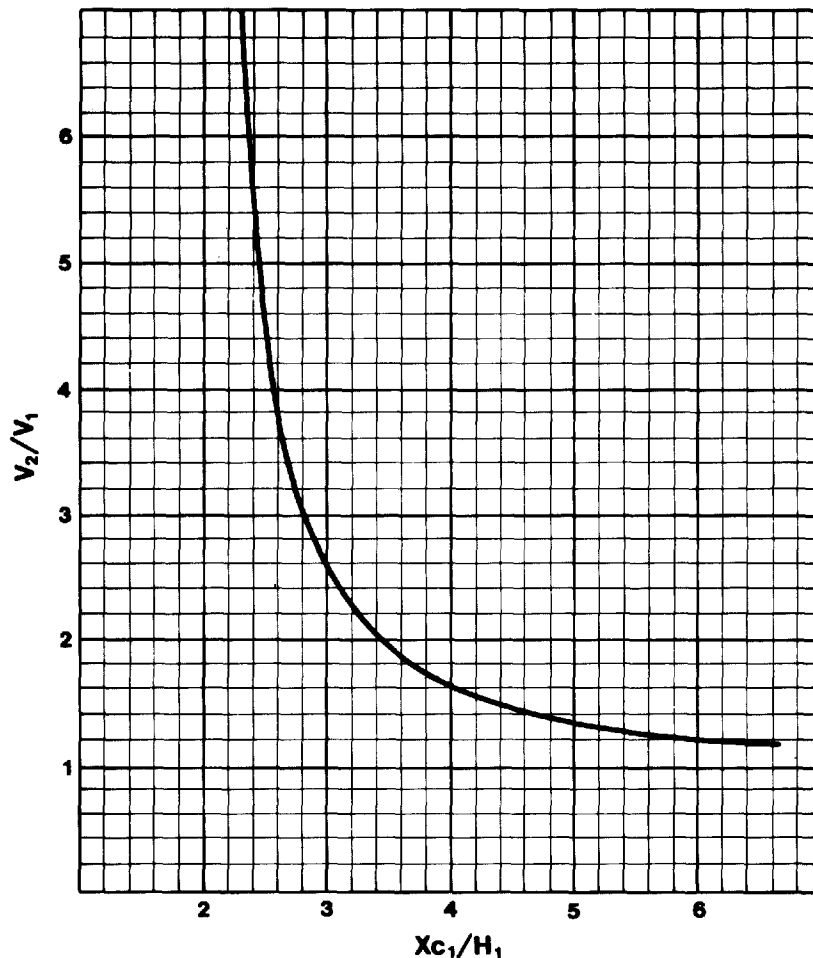


Figure 30 — Abaque permettant de déterminer le choix de la longueur de la ligne sismique réfraction.

CORRECTIONS TOPOGRAPHIQUES

Correction de profondeur de tir

Dans la majorité des levés sismiques, l'ébranlement du sol est provoqué par une charge d'explosifs, détonnée à une profondeur h et qui, généralement, se situe dans le premier terrain (vitesse faible). Il faut en tenir compte, dans un premier temps, pour déterminer la vitesse V_1 et pour calculer l'épaisseur H_1 de ce même milieu.

Se reportant à la figure 31, on voit que l'onde directe doit parcourir la distance x' pour se rendre au premier géophone G_1 , qui se situe à une distance x du point d'ébranlement A (avec x' qui vaut $\sqrt{x^2 + h^2}$). Lorsque la profondeur de l'ébranlement est importante par rapport à x , il faut calculer V_1 , en utilisant x' et le temps correspondant, pris par l'onde pour atteindre le premier géophone.

De la profondeur h , le temps nécessaire à l'onde réfractée pour atteindre le point E est réduit de (voir figure 31):

$$t' = \frac{\overline{AE} - \overline{CD}}{V_1} - \frac{\overline{DE}}{V_2} = \frac{h}{\cos i_{12}} \left(\frac{1}{V_1} - \frac{\sin i_{12}}{V_2} \right)$$

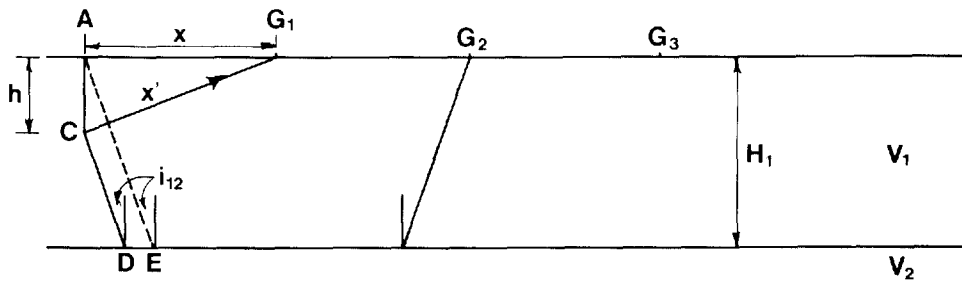


Figure 31 — Correction pour la profondeur de la charge explosive.

La dromochronique non corrigée donne donc l'intercept à l'origine T_1 avec une erreur par défaut égale à t' . L'épaisseur H_1 calculée par l'intercept à l'origine ou par la distance critique, doit donc être augmentée de

$$\frac{t'}{2} \frac{V_1}{\cos i_{12}} = \frac{h}{2}$$

Corrections pour les irrégularités de surface

Lorsque le site à étudier présente une surface bosselée ou accidentée, il est important de connaître la topographie au site du levé avec le plus d'exactitude possible, car les dromochroniques seront corrigées pour ces différences d'élévations.

a) Le plan de référence se situe dans le terrain de vitesse V_1 .

Considérons l'exemple de la figure 32. Nous voulons placer le tir (A) et le géophone (G_n), aux points P et Q respectivement, sur le plan de référence. Celui-ci se situe à l'élévation d dans le premier terrain, caractérisé par la vitesse V_1 (les trajets hypothétiques sont en lignes pointillées sur la figure). La différence, en temps, pris par l'énergie pour parcourir le trajet actuel \overline{CD} et le trajet fictif \overline{PED} , nous est donnée par :

$$\frac{\overline{Cb}}{V_1} - \frac{\overline{Pb}}{V_2}$$

et est égale au temps de délai (défini plus avant), associé au terrain entre le fond du tir (à l'élévation $e - h$) et le plan de référence situé à l'élévation d .

Le matériel situé au-dessus du plan de référence constitue un horizon homogène d'épaisseur $(e - h - d)$. Des temps de délais, nous savons que le temps de délai au tir et le temps de délai au géophone n valent d'une part :

$$\Delta T_e = \frac{(e - h - d) \sqrt{V_2^2 - V_1^2}}{V_1 V_2}$$

et

$$\Delta T_{e_n} = \frac{(e_n - d) \sqrt{V_2^2 - V_1^2}}{V_1 V_2}$$

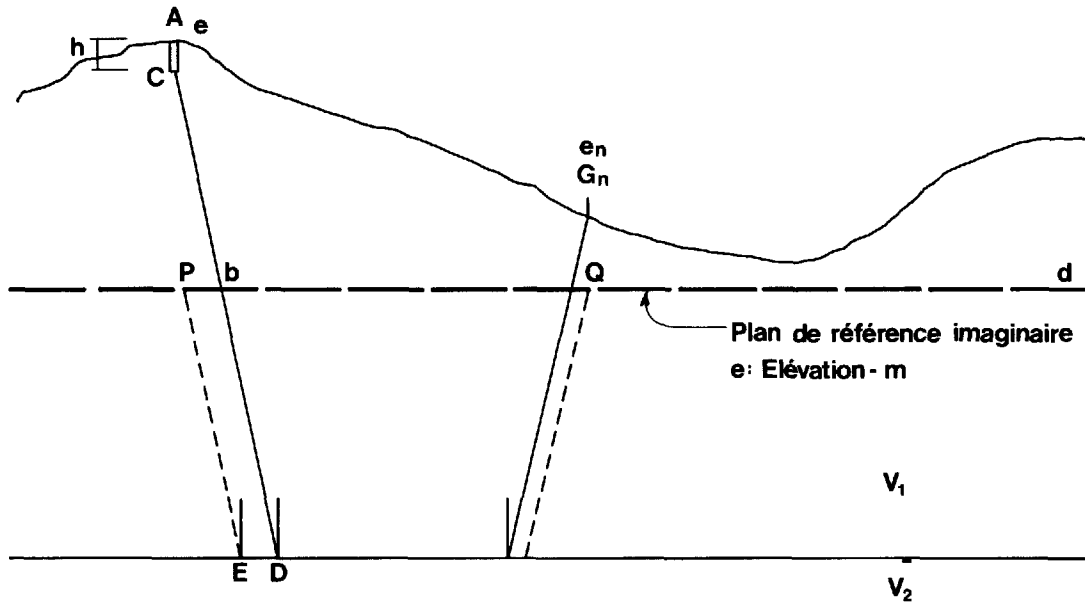


Figure 32 — Correction topographique pour un plan de référence passant dans le terrain de vitesse V_1 .

La somme de ces temps de délais est soustraite du temps observé au géophone considéré. La correction à appliquer à chaque géophone, montrant une réfraction du second terrain (tel que montré dans la figure 32), s'écrit sous cette forme :

$$\Delta T_e + \Delta T_{e_n} = (e - h + e_n - 2d) \frac{\sqrt{V_2^2 - V_1^2}}{V_1 V_2}$$

b) Le plan de référence se situe dans le terrain de vitesse V_2 .

Lorsque la topographie des lieux nous amène à placer le plan de référence dans le terrain de vitesse V_2 , il faut à ce moment effectuer les corrections pour l'élévation, pour le premier terrain, pour la profondeur du tir et pour la portion de terrain comprise entre le toit du second terrain et le plan de référence, placé à l'élévation d . De la figure 33, nous déduisons que la correction totale s'écrit sous cette forme :

$$\left\{ \left(H_1 A - h + H_1 G_n \right) \frac{\sqrt{V_3^2 - V_1^2}}{V_1 V_3} + (e - H_1 A - 2d + e_n - H_1 G_n) \frac{\sqrt{V_3^2 - V_2^2}}{V_2 V_3} \right\}$$

Les temps observés, pour une réfraction du troisième terrain, sont réduits de cette équation. Cette correction peut être faite, si nous connaissons l'épaisseur du premier terrain sous chacun des géophones nécessitant la correction. De là, il est nécessaire d'effectuer de petits levés sismiques ou de faire des essais intermédiaires aux tirs A et B, c'est-à-dire entre les géophones 3 et 4, 6 et 7 et 9 et 10 (si nous avons une ligne sismique de 12 géophones) par exemple (voir procédure de mise en oeuvre).

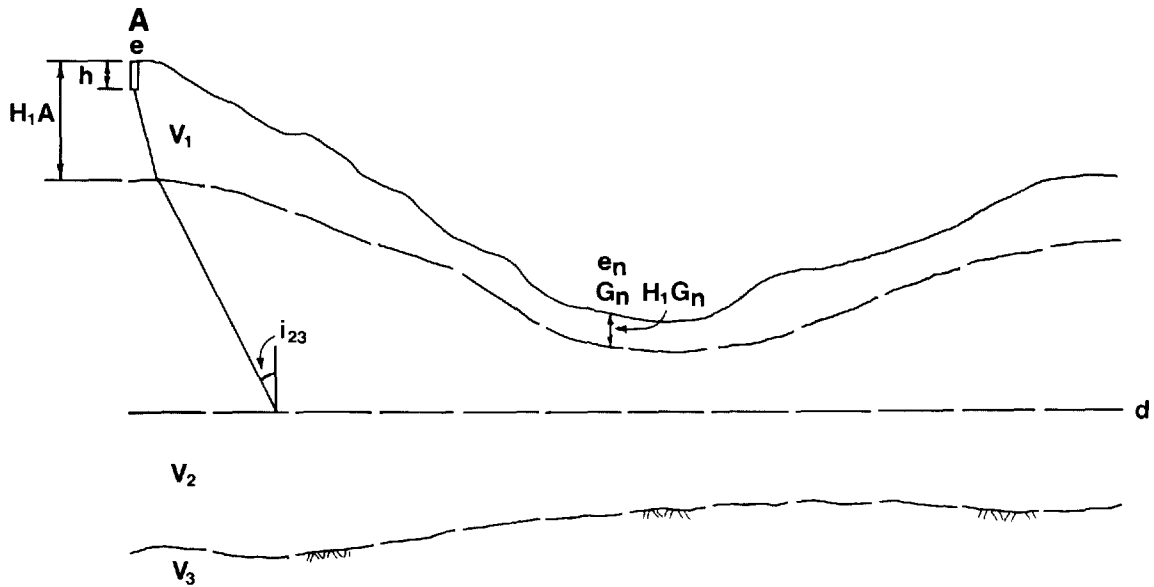


Figure 33 — Correction topographique pour un plan de référence passant dans le terrain de vitesse V_2 .

VITESSES ET TYPES DE DÉPÔTS

Les sections précédentes traitaient de la façon de déterminer les épaisseurs des différents terrains présents sous un dispositif sismique. Mais, en plus, la méthode sismique réfraction peut également donner une certaine approximation, quant au type de matériel présent sous le dispositif et ce grâce aux vitesses vraies des milieux.

Le tableau qui suit est présenté à titre indicatif pour les sédiments non consolidés et les roches fréquemment rencontrées au Québec.

TABLEAU 1 — Sommaire des vitesses sismiques pour les sédiments et les roches des Basses-Terres du St-Laurent (vitesse des ondes longitudinales)

| Formations | Vitesses (m/s) |
|--------------------------------------|----------------|
| Couche superficielle meuble et sèche | 200 — 500 |
| Sable et gravier sec | 500 — 1 000 |
| Sable et gravier humide | 1 450 — 1 800 |
| Argile | 1 350 — 1 600 |
| Till, moraine | 1 700 — 2 400 |
| Schistes | 2 700 — 3 500 |
| Calcaire | 4 200 — 5 500 |
| Grès | 4 300 — 5 200 |
| Gneiss | 4 800 — 5 500 |
| Granite | 4 800 — 5 800 |
| Air | 330 |
| Eau douce | 1 450 |
| Glace | 3 700 |

PROCÉDURE DE MISE EN OEUVRE

Il n'existe pas de méthode standard d'effectuer les levés* sismiques réfraction. Par contre, le choix du bon intervalle d'espacement entre les géophones est primordial, car il assure l'investigation des structures sous-jacentes avec le plus de détails souhaitables. La longueur totale du levé doit être de 2 à 4 fois plus grande que la dernière distance critique.

Règle générale et par souci de précision, les essais (tirs) sont placés immédiatement (sur le site) en graphique, en utilisant des symboles différents pour chaque essai. L'expérience du géophysicien permet de visualiser si le nombre de points de tir est suffisant pour la compréhension des structures sous-jacentes présentes. Fonction du but recherché par les levés et de la complexité des structures, trois essais (points de tir) peuvent être suffisants au site d'un levé, alors que dans d'autres cas, 7 essais ou même davantage seront nécessaires à la compréhension des structures.

Les essais effectués en A et B (pour un intervalle entre les géophones adéquats) nous permettront de calculer, par exemple, les épaisseurs de chaque terrain présent au-dessus de la surface rocheuse. Les essais intermédiaires (exécutés entre les géophones 3 et 4, 6 et 7 et 9 et 10, figure 34) nous permettront de calculer l'épaisseur du premier et parfois du deuxième terrain (si nous sommes en présence d'un problème à trois terrains). De plus, ces essais supplémentaires nous fourniront plus de précisions sur les vitesses et l'homogénéité de chaque terrain présent. Pour leur part, les essais effectués en bout de ligne, c'est-à-dire ceux qui sont placés le plus loin des extrémités du levé, ont pour but de renseigner sur l'allure de la topographie du socle et sur la vitesse vraie de celui-ci (figure 34).

L'ébranlement du sol est produit presque toujours au moyen d'explosifs. Ceux-ci sont placés dans un trou qui excède rarement 1 m ou 1,50 m de profondeur. Le rendement est amélioré et les dégâts réduits, si le trou est bourré de terre et saturé d'eau. Les détonateurs employés sont des « sismocaps » à retard nul. La quantité d'explosifs employée peut varier, de quelques grammes à quelques kilogrammes. Les dépôts graveleux, de sable lâche et les dépôts de tourbières requièrent de grandes quantités d'explosifs, car les ondes sismiques s'atténuent très rapidement dans ces types de dépôts. Au contraire, le till, les argiles et le roc transmettent bien l'énergie jusqu'aux géophones.

* Ici, lorsque nous parlons de levé, il est implicite que nous référons à une ligne sismique comportant 12 géophones ou plus.

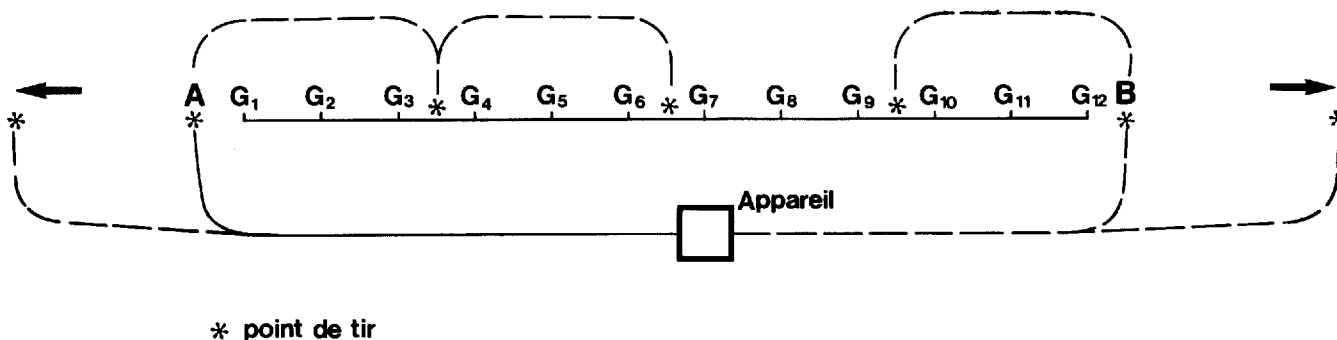


Figure 34 — Disposition des points de tir pour une ligne sismique à 12 géophones.

Le choc d'un lourd marteau sur une plaque d'acier posée sur le sol, n'est généralement plus décelable par les géophones, à des distances supérieures à quelque 80 ou 100 m.

Les appareils sismiques réfraction couramment utilisés en génie géologique comprennent les principaux éléments suivants :

- Le circuit de mise à feu de la charge explosive et de la transmission de l'instant de l'explosion. C'est l'instant zéro, qui correspond à la rupture de l'élément chauffant du détonateur, d'où la nécessité d'avoir recours à des détonateurs, pour lesquels cette rupture et l'explosion seront simultanées.
- Les géophones sont du type électromagnétique. Ils sont constitués d'une bobine d'induction et d'un aimant permanent, tous deux fixés à un boîtier dont l'un rigidement et l'autre par des ressorts. Le mouvement du boîtier (celui-ci est en contact avec le sol, soit placé sur une plaque ou soit par une pointe enfoncée dans le sol), suivant la verticale, entraîne un déplacement relatif de la bobine par rapport à l'aimant, ce qui crée, aux bornes de la bobine, un courant induit proportionnel à la vitesse du déplacement. La détection des ondes réfractées est favorisée par l'emploi de géophones ayant une fréquence peu élevée (généralement de l'ordre de 10 hertz).
- Les circuits galvanométriques (ou canaux) auxquels aboutit le courant produit aux géophones. L'un de ces galvanomètres permet d'enregistrer l'instant de l'explosion et les autres, l'arrivée des ondes sismiques aux géophones ou points de réception. Chaque circuit comprend un filtre, un amplificateur réglable et un galvanomètre.
- Le système d'enregistrement photographique des oscillations des galvanomètres ainsi que le comptage de temps. La figure 35 représente un exemple de sismogramme classique ; chaque trace correspond à un point de réception. Les traces sont peu agitées avant l'ébranlement et, par le fait même, mettent bien en évidence l'arrivée des ondes directes et réfractées par un décrochement perpendiculaire à l'axe de la trace.

Lorsque l'appareil est muni d'un écran qui nous permet de suivre les oscillations des rayons lumineux renvoyés par les galvanomètres, qui sont munis de miroirs, le géophysicien ou l'opérateur attend le moment le plus calme avant de déclencher l'explosion et l'enregistrement. Les principaux parasites (ou bruits) qui gênent l'enregistrement sont ceux provoqués par le déplacement d'animaux, de véhicules, de personnes, mais par dessus tout, ceux causés par le vent. Ce dernier secoue la végétation (surtout les arbres) et induit dans le sol des vibrations parfois importantes. La pratique courante, en pareil cas, est d'enterrer les géophones, ce qui, en plus, procure un meilleur lien entre les géophones et le sol.

Le sismogramme de la figure 35 fut obtenu avec l'appareil sismique à 12 canaux, fabriqué par la compagnie Atlas Copco (figure 36), alors que la figure 37 nous montre un exemple de levé sismique effectué avec un appareil sismique à 1 canal, soit le FS-3, fabriqué par la compagnie Huntex (70) (figure 38).

Dans l'exemple de la figure 35, la source d'énergie utilisée fût la dynamite alors que pour l'exemple de la figure 37, celle-ci nous a été fournie par un lourd marteau actionné mécaniquement que l'on a laissé tomber sur une plaque d'acier posée sur le sol. Lors de la prise des mesures, le marteau reste en place et l'opérateur déplace l'appareil et le géophone à intervalle régulier, à partir du marteau et selon une même direction. Le levé sera complété lorsque les réfractés que l'on enregistre nous proviendront du réfracteur que l'on désire cartographier. Lorsque la distance marteau — géophone est trop grande, l'énergie transmise par cette source d'énergie n'est pas suffisante et l'on doit, à ce moment, avoir recours aux explosifs. Cette pratique augmente considérablement le temps d'exécution des mesures, car la dynamite doit être enterrée et ce, pour chaque point de mesure où le marteau est inefficace.

Il est pratique courante, lors des études que le service de la Géotechnique exécute, d'utiliser le FS-3 pour des sites où des indices nous permettent de supposer que l'épaisseur des dépôts non consolidés est inférieure à 20 m. Dans ces conditions, une équipe bien entraînée exécute généralement plus de levés qu'avec un sismographe à 12 canaux. Par contre, ce dernier est nettement supérieur pour des épaisseurs d'investigation qui excèdent 20 m.

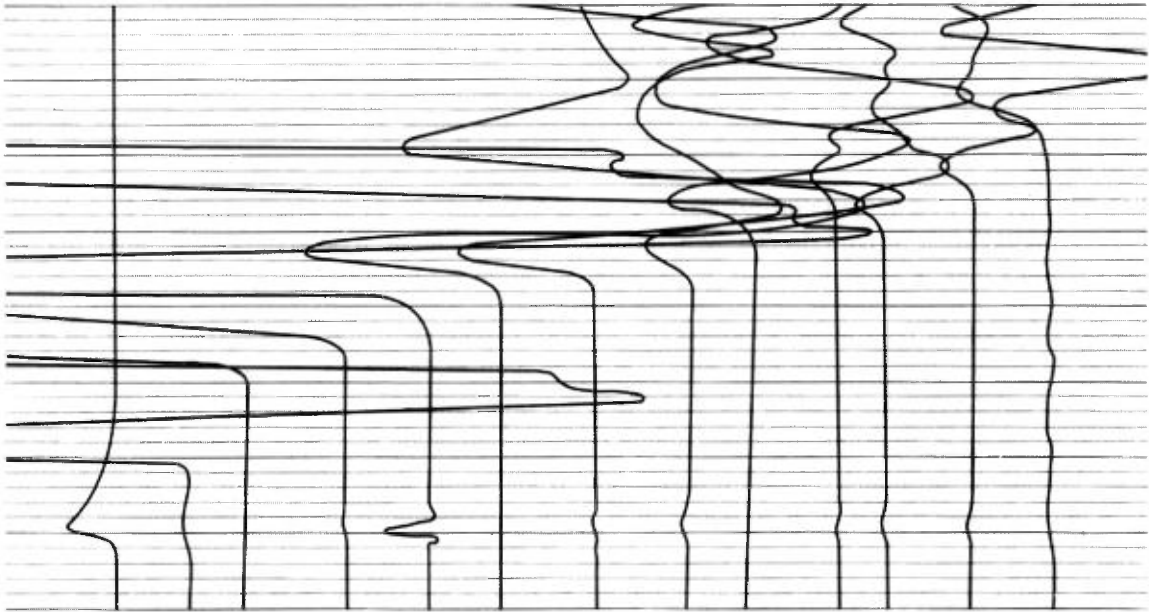


Figure 35 — Exemple d'enregistrement obtenu pour un levé sismique effectué avec l'appareil sismique de marque ABEM-SX-12.

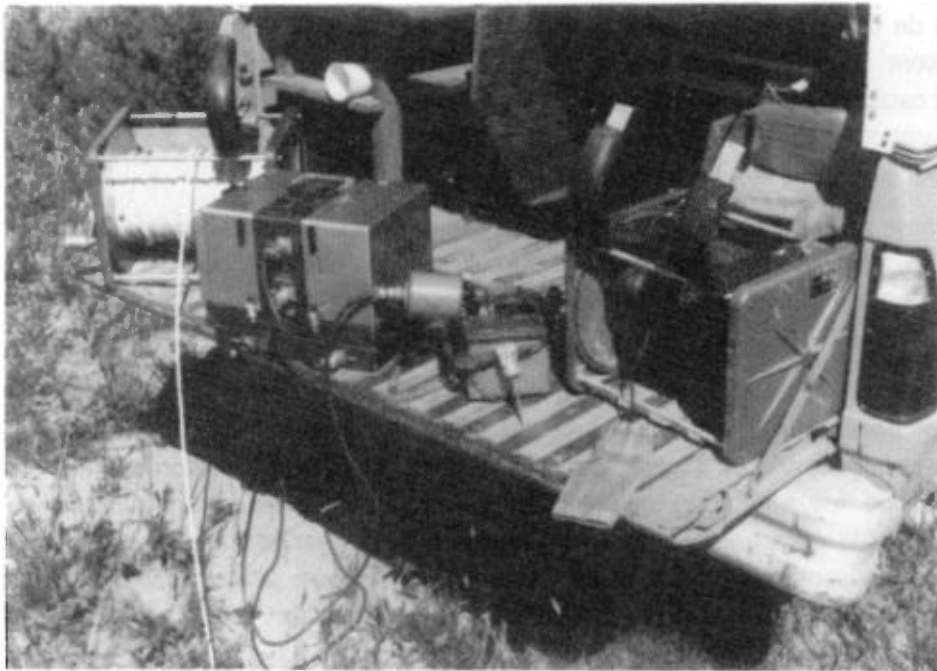


Figure 36 — Appareil sismique réfraction de marque ABEM-SX-12.

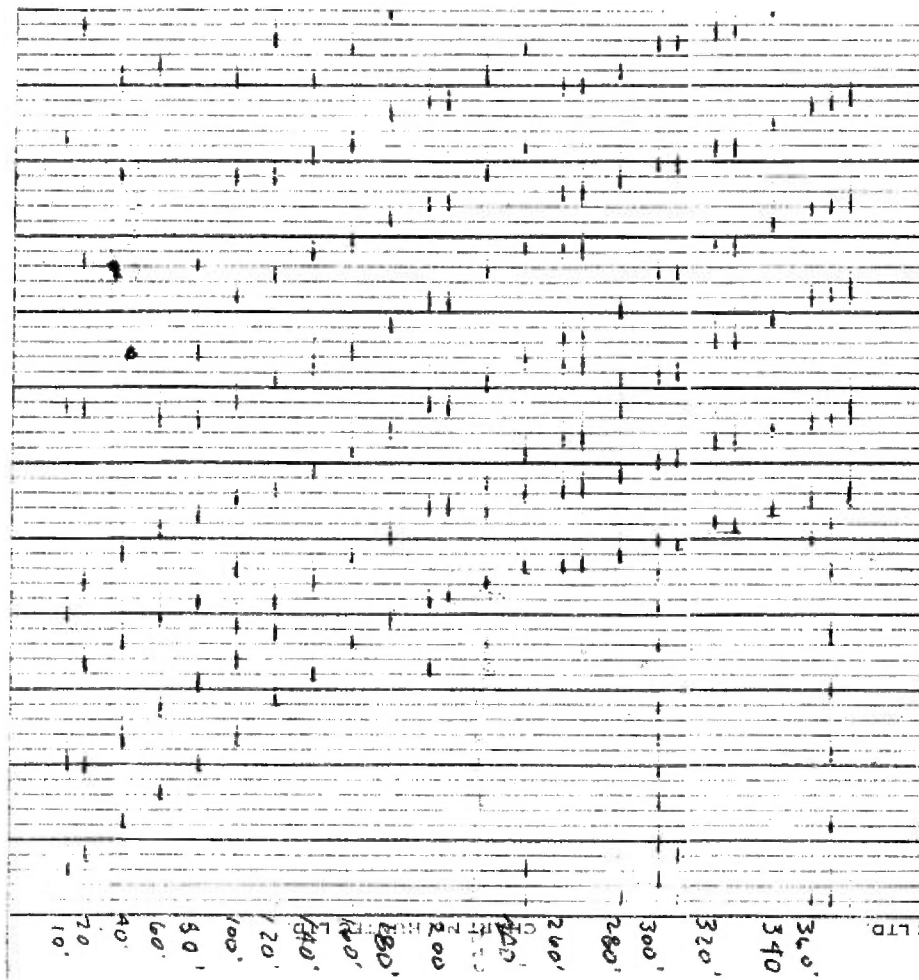


Figure 37 — Exemple d'enregistrement obtenu pour un levé sismique effectué avec l'appareil sismique de marque FS-3.

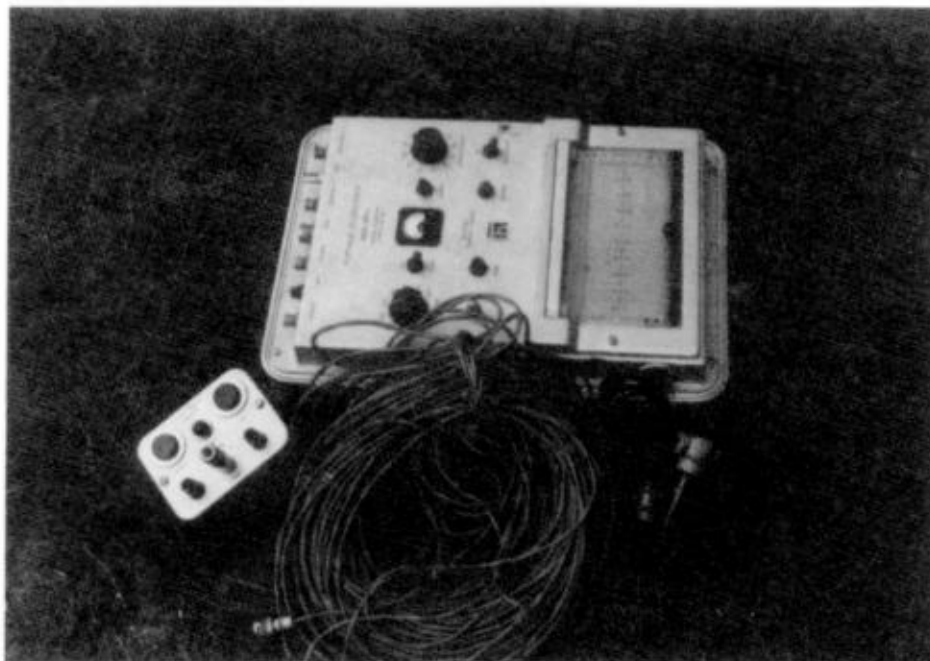


Figure 38 — Appareil sismique réfraction de marque FS-3.

Toute campagne sismique réfraction doit être accompagnée d'un programme de forage, qui, dans un premier temps, nous renseignera sur la nature des dépôts rencontrés lors des levés, nous permettra également de vérifier si l'interprétation est exacte et aussi de détecter la présence éventuelle de terrain caché.

EXEMPLE DE CALCUL

a) La figure 39 présente les sorties d'enregistrement (sismogrammes) obtenues pour les deux tirs en bout de ligne, pour un essai dans la région de Chicoutimi. Cet exemple met en évidence (figure 40) un premier terrain d'épaisseur régulière, surmontant un second terrain qui disparaît au site de l'essai au point B. Le tout repose sur le roc, dont la surface apparaît au premier examen assez régulière, avec un pendage élevé. Un affleurement rocheux se localise à quelque 10 m de l'essai au point B.

De la figure 40 nous obtenons, dans le sens du pendage amont, pour le point de tir A: $V_1 = 500$ m/s; $V_2 = 1\,400$ m/s; $V_3^+ = 41\,000$ m/s; $X_{c1} = 7,5$ m; $X_{c2}^+ = 97,5$ m. Pour le point de tir B, dans le sens du pendage aval: $V_1 = 500$ m/s; $V_3^- = 2\,400$ m/s; $X_{c1} = 6$ m. Et de l'essai entre les géophones 6 et 7, nous avons: $V_1 = 500$ m/s; $V_2 = 1\,400$ m/s; $X_{c1} = 6$ m.

Les vitesses V_1 et V_2 sont donc les vitesses vraies des deux premiers terrains et ce cas correspond à l'un de ceux que nous avons traités de façon théorique. L'essai en B, ou l'essai inverse, ne montre pas la vitesse 1 400 m/s du second terrain. Nous verrons, par l'analyse du cas, que celui-ci est d'épaisseur très réduite sous le point de tir B.

Calcul de la vitesse vraie du réfracteur profond (roc).

Celle-ci peut-être trouvée, soit de façon graphique, soit par calcul.

$$\frac{V_2}{V_3^+} = \sin(i_{23} - \Phi) = \frac{1\,400}{41\,000} = 0,034 = \sin 1,96^\circ$$

$$\frac{V_2}{V_3^-} = \sin(i_{23} + \Phi) = \frac{1\,400}{2\,400} = 0,583 = \sin 35,7^\circ$$

$$\text{donc } \Phi = 16,9^\circ \text{ et } i_{23} = 18,8^\circ$$

$$V_3 = \frac{V_2}{\sin i_{23}} = \frac{1\,400}{\sin 18,8} = 4\,350 \text{ m/s.}$$

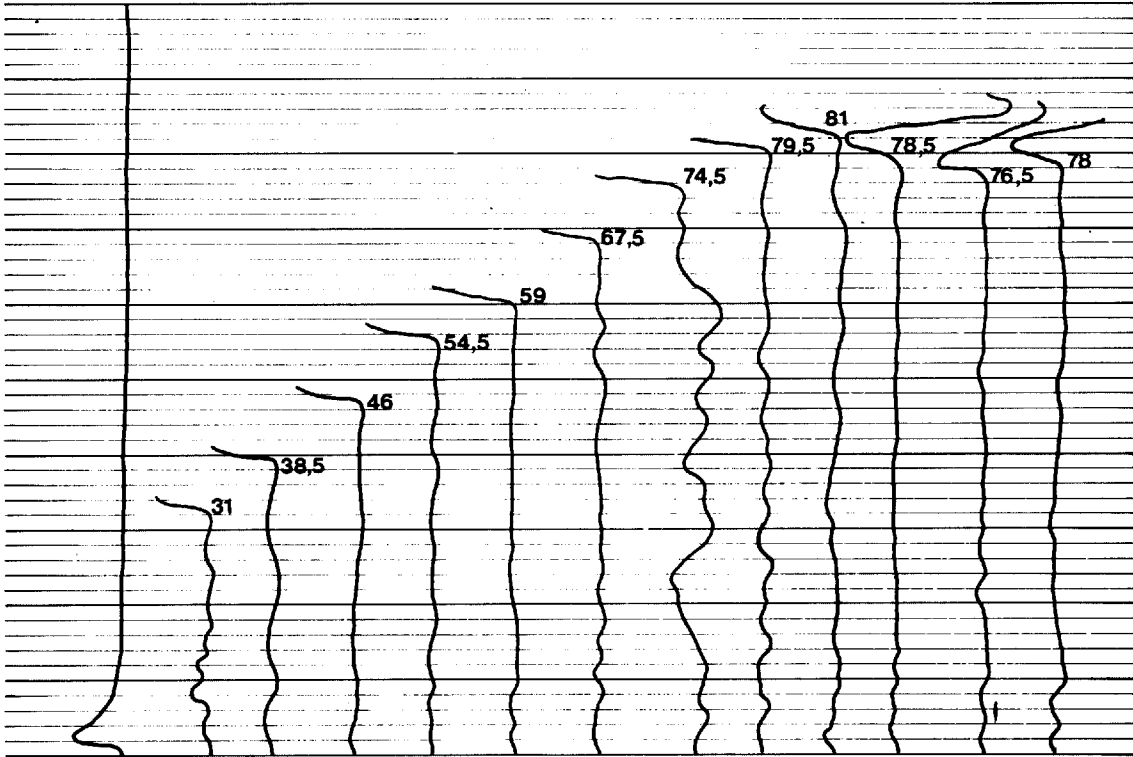
Calcul de l'épaisseur du premier terrain.

Au point de tir A:

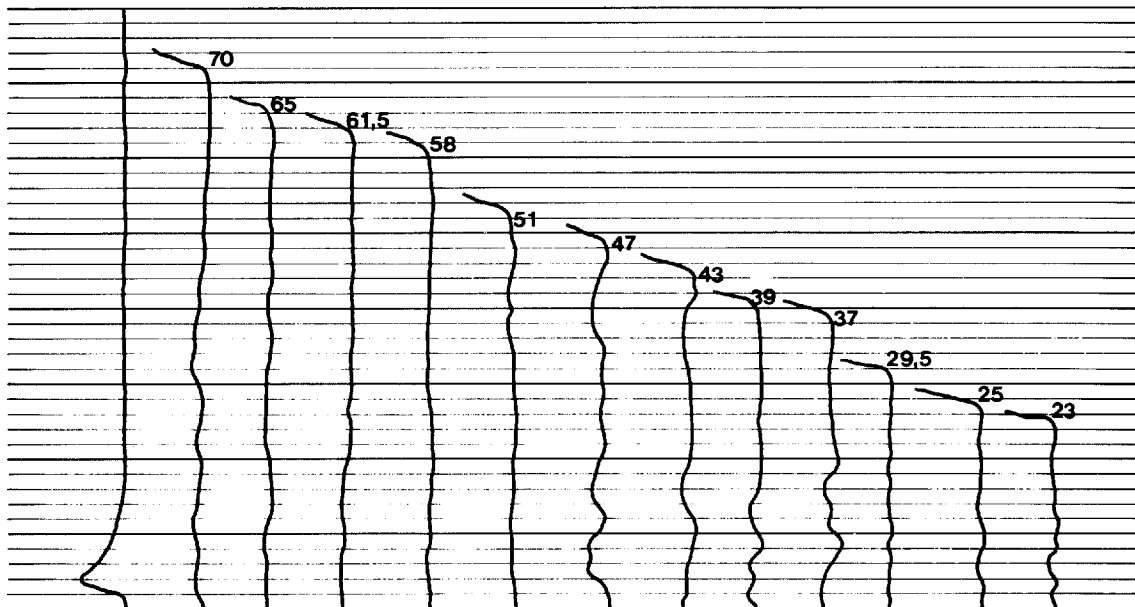
$$H_1 = \frac{X_{c1}}{2} \sqrt{\frac{V_2 - V_1}{V_2 + V_1}} = \frac{7,5}{2} \sqrt{\frac{900}{1\,900}} = 2,6 \text{ m.}$$

À l'essai entre les géophones 6 et 7:

$$H_1 = \frac{6}{2} \sqrt{\frac{900}{1900}} = 2,1 \text{ m.}$$



Tir A : 30 mètres de G_1 , 10 mètres entre les géophones



Tir B : 30 mètres de G_{12} , 10 mètres entre les géophones

Figure 39 — Exemple d'enregistrement pour les deux essais en bout de ligne (30 m de G_1 et de G_{12}) de la figure 40.

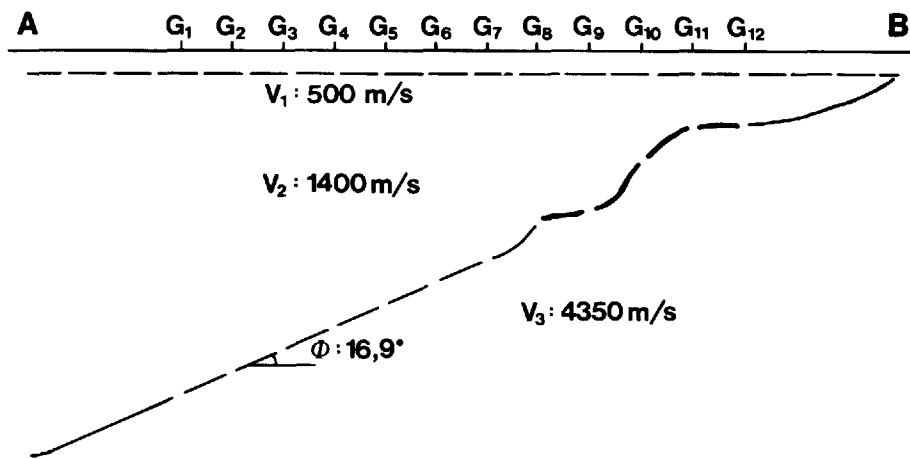
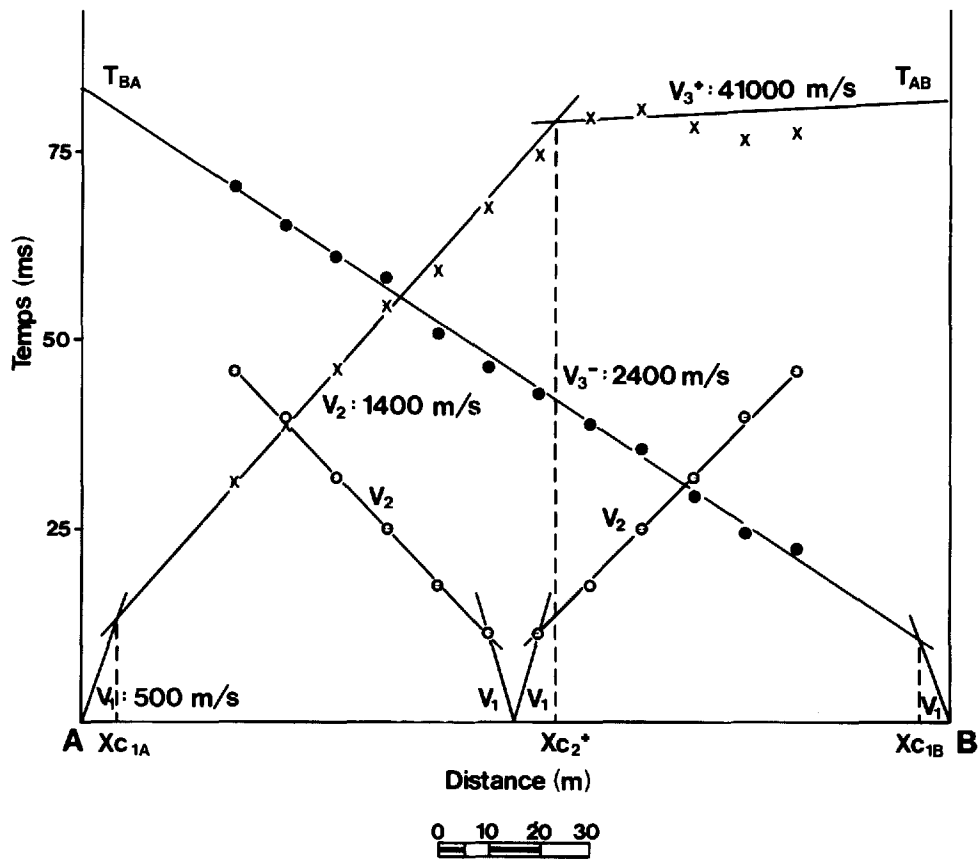


Figure 40 — Dromochronique et schéma d'interprétation pour un essai sismique dans la région de Chicoutimi.

Au point de tir B, en supposant que le second terrain est présent :

$$H_1 = \frac{6}{2} \sqrt{\frac{900}{1900}} = 2,1 \text{ m.}$$

et en considérant que celui-ci est absent, nous trouverions pour H_1 (au point de tir B) 2,4 m.

Les épaisseurs trouvées, pour le premier terrain, confirment la première analyse que nous avons faite par les vitesses sismiques, à savoir : que la vitesse du second terrain est la vitesse vraie et que, par conséquent, le premier terrain a une épaisseur assez uniforme pour toute la longueur de l'essai.

Calcul de l'épaisseur du second terrain.

L'équation 24 sera employée pour faire le calcul de l'épaisseur du second terrain au point de tir A.

Nous avons :

$$\sin \alpha = \frac{V_1}{V_3^-} = \frac{500}{2400} \text{ et } \alpha = 12,02^\circ$$

$$\sin \beta = \frac{V_1}{V_3^+} = \frac{500}{41000} \text{ et } \beta = 0,7^\circ$$

$$\Phi = 16,9^\circ \quad i_{23} = 18,8^\circ$$

$$\sin (i_{23} - \Phi) = \frac{V_2}{V_3^+} = \frac{1400}{41000} \text{ et } i_{23} - \Phi = 1,96^\circ$$

$$\sin i_{12} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{500}{1400} \text{ et } i_{12} = 20,92^\circ$$

$$H_2^+ = \frac{97,5 (1 - \sin 1,96^\circ)}{2 \cos 18,8^\circ \cos 16,9^\circ} - \frac{H_1 (\cos 0,7^\circ + \cos 12,02^\circ - 2 \cos 20,92^\circ)}{2 \cos 18,8^\circ \cos 16,9^\circ \sin 20,92^\circ}$$

et vaut 51,5 m.

La distance entre A et B, les deux points de tir les plus éloignés, est de 170 m. En A, l'épaisseur au réfracteur profond, dont la vitesse est 4 350 m/s, nous donne 54,1 m et en B, nous avons 2,25 m (en prenant la moyenne des épaisseurs H_1 trouvées). $\text{tg } \Phi = \frac{(54,1 - 2,25)}{170}$ et le pendage Φ , calculé à partir des épaisseurs trouvées, est de $16,96^\circ$ et est équivalent à celui trouvé par l'analyse des vitesses sismiques, dans le sens du pendage amont et du pendage aval. Ce qui nous donnerait pour l'épaisseur du second terrain (de vitesse 1 400 m/s), sous le point de tir B, quelques centimètres.

$$\text{tg } 16,9^\circ \text{ vaut } \frac{(54,1 - 2,5)}{170}.$$

Nous référant à l'équation 33, nous constatons que nous pouvons calculer des épaisseurs intermédiaires, sous les géophones 8 à 12 inclusivement (région de chevauchement commun pour le même réfracteur). Pour le géophone 8 nous aurions :

$$H_2G_8 = \left[\frac{(.079 + .0395 - .083)}{2} - \frac{2,1 \cos 6,6^\circ}{500} \right] \frac{1\ 400}{\cos 18,8^\circ}$$

$$H_2G_8 = 20 \text{ m}$$

Les épaisseurs, ainsi calculées, sont reportées sur le schéma d'interprétation, présenté à la figure 40.

Il est à noter que pour un exemple du même type, mais dont le pendage serait plus prononcé (de quelque degrés), la dromochronique au point de tir A (tir normal) aurait présenté une branche de vitesse V_3^+ négative.

b) L'exemple de la figure 41 provient de la région de Louiseville. Ce cas est semblable à l'un de ceux que nous avons abordé de façon théorique à la section « Interprétation cas trois terrains (disposition diverse) ».

De la figure 41 nous obtenons du point de tir A : $V_1 = 800 \text{ m/s}$; $V_2^- = 1\ 350 \text{ m/s}$; $V_3^- = 4\ 000 \text{ m/s}$; $X\bar{C}_1 = 12,5 \text{ m}$; $X\bar{C}_2 = 89,5 \text{ m}$. Pour le point de tir B : $V_1 = 800 \text{ m/s}$; $V_2^+ = 1\ 650 \text{ m/s}$; $V_3^+ = 6\ 500 \text{ m/s}$; $X\bar{C}_1 = 51 \text{ m}$; $X\bar{C}_2 = 80,8 \text{ m}$.

Calcul des vitesses vraies et des pendages du deuxième et du troisième terrain.

$$\frac{V_1}{V_2^-} = \frac{800}{1\ 350} = \sin(i_{12} + \Phi) = 0,593 \text{ et } i_{12} + \Phi = 36,34^\circ$$

$$\frac{V_1}{V_2^+} = \frac{800}{1\ 650} = \sin(i_{12} - \Phi) = 0,485 \text{ et } i_{12} - \Phi = 29^\circ$$

$$\Phi = 3,7^\circ \text{ et } i_{12} = 32,67^\circ$$

$$V_2 = \frac{V_1}{\sin i_{12}} = \frac{800}{\sin 32,67} \text{ et } V_2 = 1\ 480 \text{ m/s}$$

$$\frac{V_1}{V_3^+} = \sin(\beta - \Phi) = \frac{800}{6\ 500} = 0,123 = \sin 7,07^\circ$$

$$\frac{V_1}{V_3^-} = \sin(\alpha + \Phi) = \frac{800}{4\ 000} = 0,2 = \sin 11,54^\circ$$

$$\beta = 10,77^\circ \text{ et } \alpha = 7,84^\circ$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin i_{12}} = \sin(i_{23} + (\Psi - \Phi)) = \frac{0,136}{0,54} = 0,253$$

$$\text{et } 0,253 = \sin 14,65^\circ$$

$$\frac{\sin \beta}{\sin i_{12}} = \sin (i_{23} - (\Psi - \Phi)) = \frac{0,187}{0,54} = 0,346$$

et $0,346 = \sin 20,25^\circ$

$\Psi = 0,9^\circ$ et $i_{23} = 17,45^\circ$

$$V_3 = \frac{V_2}{\sin i_{23}} = \frac{1\,480}{\sin 17,45^\circ} = 4\,940 \text{ m/s}$$

Calcul des épaisseurs du premier et du second terrain.

$$H_1^- = \frac{X\bar{C}_1 (1 - \sin (i_{12} + \Phi))}{2 \cos i_{12} \cos \Phi} = \frac{12,5 (1 - \sin 36,34^\circ)}{2 \cos 32,67^\circ \cos 3,7^\circ}$$

et $H_1^- = 3 \text{ m}$.

$$H_1^+ = \frac{X\bar{C}_1 (\sin (i_{12} - \Phi))}{2 \cos i_{12} \cos \Phi} = \frac{51 (1 - \sin 29^\circ)}{2 \cos 32,67^\circ \cos 3,7^\circ}$$

et $H_1^+ = 15,6 \text{ m}$.

$$H_2^- = \frac{X\bar{C}_2 (\sin (i_{12} + \Phi) - \sin (\alpha + \Phi))}{2 \cos i_{23} \cos \Psi \sin i_{12}}$$

$$- \frac{H_1^- (\cos (\alpha + \Phi) + \cos (\beta - \Phi) - 2 \cos i_{12} \cos \Phi)}{2 \cos i_{23} \cos \Psi \sin i_{12}}$$

et $H_2^- = 33,3 \text{ m}$.

$$H_2^+ = \frac{X\bar{C}_2 (\sin (i_{12} - \Phi) - \sin (\beta - \Phi))}{2 \cos i_{23} \cos \Psi \sin i_{12}}$$

$$- \frac{H_1^+ (\cos (\alpha + \Phi) + \cos (\beta - \Phi) - 2 \cos i_{12} \cos \Phi)}{2 \cos i_{23} \cos \Psi \sin i_{12}}$$

et $H_2^+ = 24 \text{ m}$.

Les pentages trouvés en tenant compte des épaisseurs en A et en B, sont respectivement pour Φ de $3,2^\circ$ et pour Ψ de $0,84^\circ$. Ces valeurs sont très près de celles trouvées par l'analyse des vitesses. Le second pendage, Ψ , est dans le même sens que le premier, car sa valeur est positive (si elle est négative, cela implique que le pendage est de sens contraire au premier pendage).

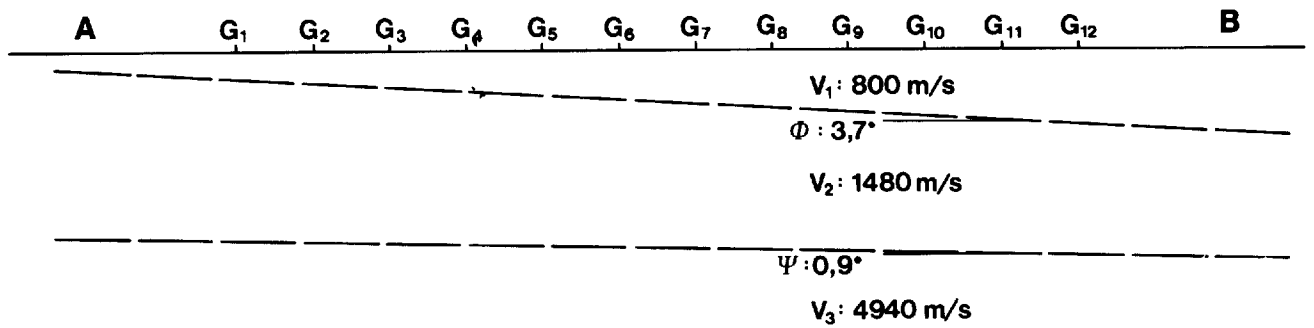
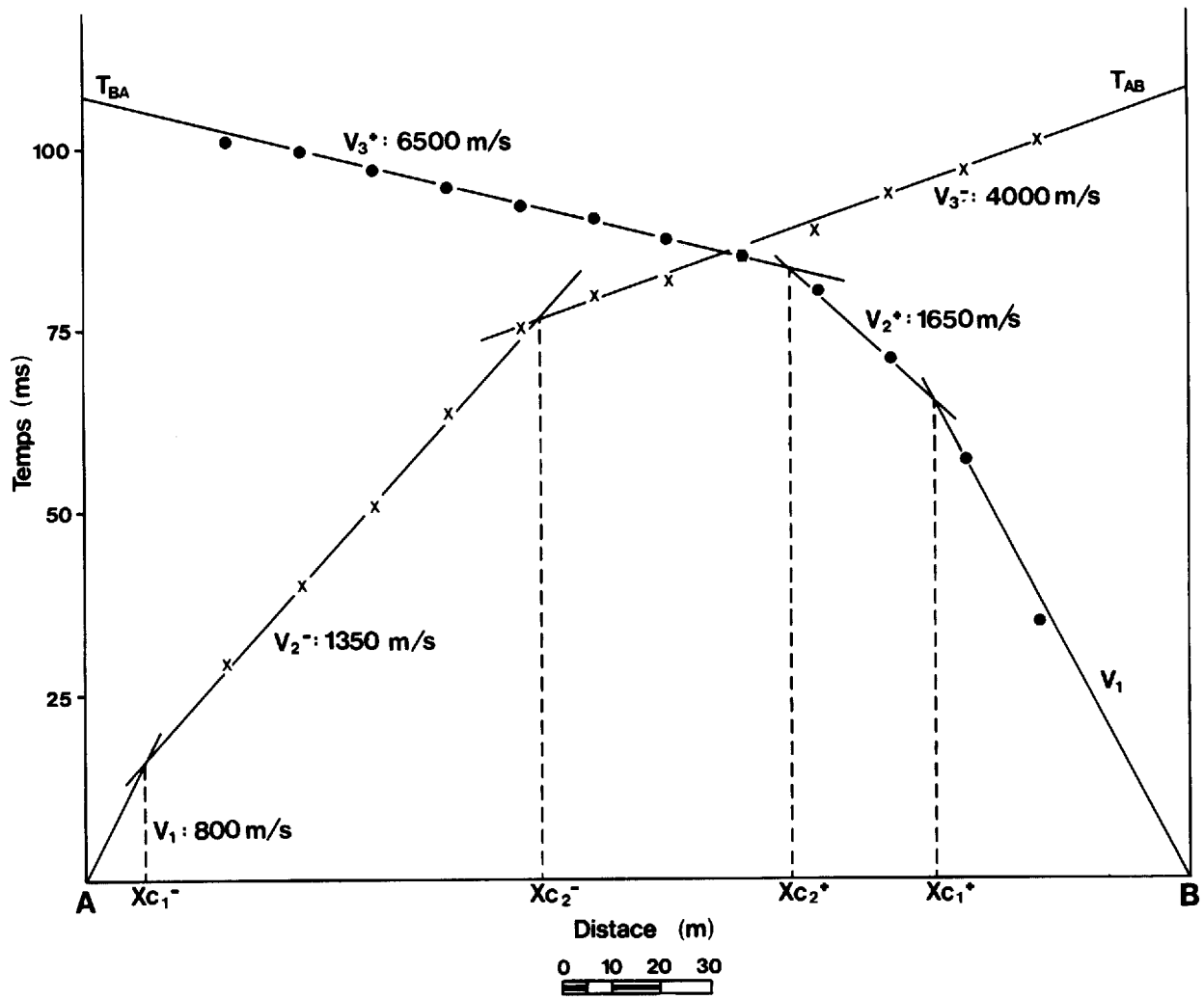


Figure 41 — Dromochronique et schéma d'interprétation pour un essai sismique dans la région de Louiseville.

Également, comme le cas précédent, nous pouvons calculer des épaisseurs pour le second terrain et ce, pour les géophones 6, 7 et 8. Pour ce faire, les épaisseurs du premier terrain sont trouvées sur la figure 41 (schéma d'interprétation) et les calculs sont effectués comme précédemment. Les résultats sont présentés sur la figure 41 (trait plus large). On notera, que d'après les branches de vitesse V_3 , la surface du réfracteur profond est plus régulière que l'exemple de la figure 40.

c) Le dernier exemple provient de la région de Saint-Philippe-de-Laprairie et recoupe un contact de faille, entre des schistes argileux et des calcaires, présents sous une couverture de dépôts meubles (figure 42). L'analyse qui y est présentée est celle du calcul de la demi-vitesse vraie du réfracteur. Pour cela, il suffit de mettre en graphique, à partir d'une ligne arbitraire de temps zéro, les différences des temps d'arrivée pour les réfractions provenant d'un même horizon et pour la région de chevauchement.

Cette façon rapide de procéder a permis de mettre en évidence, pour l'essai de la figure 42, deux réfracteurs à vitesses vraies de 3 250 m/s (schistes argileux) et 4 850 m/s (calcaires). La théorie de procédure a été présentée à la section « Vitesse vraie ».

CONCLUSION

La question la plus fréquente posée à un géophysicien qui est spécialisé en sismique réfraction est: quel est le degré de précision sur l'épaisseur du mort-terrain que cette méthode nous permet d'anticiper? Notre expérience, qui se limite aux régions des Basses Terres du Saint-Laurent et du Saguenay, nous permet d'avancer que, règle générale, le degré de précision est de l'ordre de 5% ou moins. Cette précision a été observée pour cinq régions dans le secteur de Montréal où le service de la Géotechnique a complété des études et où certains levés sismiques purent être vérifiés par forage. En contrepartie, la colonne stratigraphique peut ne pas avoir de pendant sismique; par exemple, une épaisseur de till très réduite, recouverte par une épaisse couche de dépôts argileux ne sera pas détectée, les vitesses sont trop voisines et l'horizon de till ne montrera pas de réfraction, en raison de sa faible épaisseur.

Ce guide couvre les aspects fondamentaux de la théorie et les notions d'interprétation de la méthode sismique réfraction. Certaines techniques, employées lors de l'exécution de levés qui traversent un lac ou une rivière, furent volontairement négligées, étant d'utilisation peu fréquente. Également, nous n'avons pas fait la critique des divers appareils disponibles sur le marché pour l'exécution des levés; qu'il suffise de mentionner que l'article de Hobson (1970) compare les divers sismographes portatifs, leurs caractéristiques et possibilités spéciales.

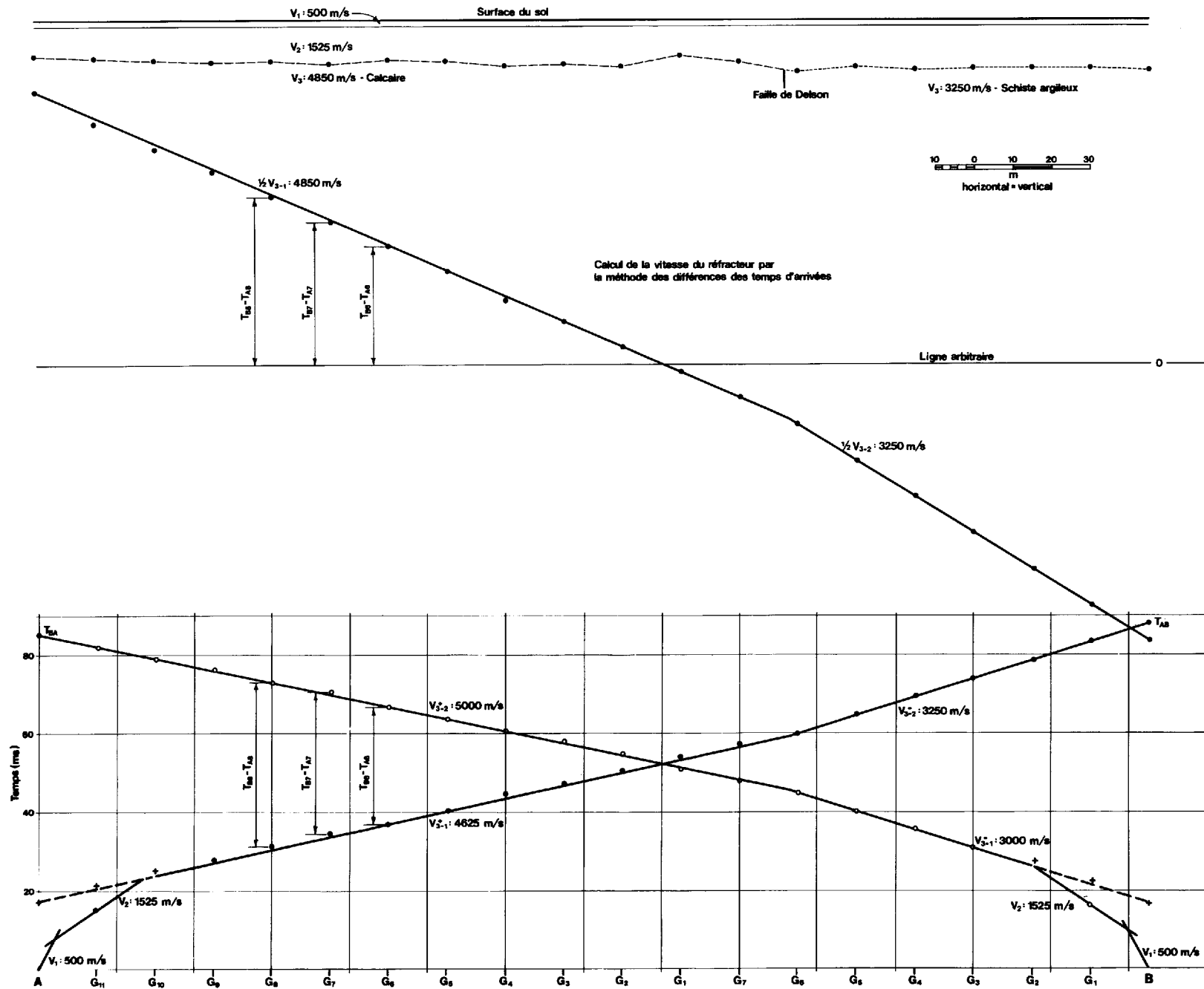


Figure 42 — Interprétation d'un essai sismique au-dessus d'un contact de faille dans la région de Saint-Philippe-de-Laprairie.

BIBLIOGRAPHIE ET RÉFÉRENCES

- ASTIER, J.L., 1971 — **Géophysique appliquée à l'hydrogéologie**; Masson et Cie.
- BANERJEE, B. — GUPTA, S.K., 1975 — **Hidden layer problem in seismic refraction work**; Geophys. Prosp. 23 (4), p. 642-652.
- DIX, C.H., 1955 — **Seismic velocities from surface measurements**; Geophysics 20 (1), p. 68-86.
- DOBRIN, M.B., 1960 — **Introduction to geophysical prospecting**; New York, McGraw-Hill Book Co.
- ELLIOT, C.L., 1967 — **Some applications of seismic refraction techniques in mining exploration**; In Seismic Refraction Prospecting, Soc. Expl. Geoph. Ed. A.W. Musgrave, p. 522-538.
- GREENHALF, Stewart A. — WHITELEY, Robert J., 1977 — **Effective application of the seismic refraction method to highway engineering projects**; Australian Road Research, 7 (1), p. 3-20.
- HAGEDOORN, J.G., 1959 — **The plus-minus method of interpreting seismic refraction sections**; Geophys. Prosp. 7 (2), p. 158-182.
- HAWKINS, L.V., 1961 — **The reciprocal method of routine seismic refraction investigations**; Geophysics. 26 (6), p. 806-819.
- HAWKINS, L.V. — MAGGS, S., 1961 — **Nomograms for determining maximum errors and limiting conditions in seismic refraction survey with a blind-zone problem**; Geophys. Prosp. 9 (4), p. 526-532.
- HEILAND, C.A., 1963 — **Geophysical exploration**; Hafner Publishing Co., New York.
- HOBSON, G.D., 1970 — **Seismic methods in mining and groundwater exploration**; Geological Survey of Canada, Economic Geology Report 26, p. 148-176.
- LUND, Carl-Eric, 1974 — **The hidden layer in seismic prospecting**; Atlas Copco ABEM, Geophysical Memorandum 7/74.
- LYONS, P.L., 1952 — **Nomogram for simple two-layer seismic refraction problem**; Geophysics, 17 (4), p. 962-963.
- MANFREDINI, A., 1958 — **Apparacchiatura sismica per problemi di ingegneria civile**; Bolletino del Servizio Geologica d'Italia, 78, p. 495-502.
- MEIDAV, T., 1960 — **Nomograms to speed up seismic refraction computations**; Geophysics. 25 (5), p. 1035-1053.
- _____ 1967 — **Shear wave velocity determination in shallow seismic studies**; Geophysics. 32 (6), p. 1041-1046.
- _____ 1968 — **A multilayer seismic refraction nomogram**; Geophysics. 33 (3), p. 524-526.
- PAKISER, L.C. — BLACK, R.A., 1957 — **Exploring for ancient channels with the refraction seismograph**; Geophysics, 22 (1), p. 32-47.
- PATERSON, N.R., 1965 — **Recent developments in geophysical instrumentation**; Western Miner. 30, p. 34-36.
- PATERSON, N.C. — MEIDAV, T., 1965 — **Geophysical methods in highway engineering**; Presented at 48th Annual Conv., Can. Good Roads Assoc., Saskatoon, Sask. Sept. 1965.
- REDPATH, Bruce B., 1973 — **Seismic refraction exploration for engineering site investigations**. U.S. Army Engineer Waterways Experiment Station, Explosive Excavation Research Laboratory, Livermore, California, Technical Report E-73-4.

SEGUIN, Maurice K., 1971 — **La géophysique et les propriétés physiques des roches**; Les Presses de l'Université Laval, Québec.

SOSKE, 1959 — **The blind zone problem in engineering geophysics**; Geophysics. 24 (2), p. 359-365.

WHITCOMB, J.H., 1966 — **Shear-wave detection in near-surface seismic refraction studies**; Geophysics. 31 (5), p. 981-983.

ZIRBEL, N.N., 1954 — **Comparison of break-point and time-intercept methods in refraction calculations**; Geophysics. 19 (4), p. 716-721.

Manuels d'instructions fournis par les manufacturiers:

ABEM Trio Seismic Refraction System, Instruction Manual; Atlas Copco, Sweden.

FS-3 Portable Facsimile Seismograph, Operator's Manual; Huntex (70), Limited, Toronto, Canada.

ANNEXE I

Démonstration de l'équation (23) pour le calcul de l'épaisseur du second terrain dans le sens du penda-
ge aval.

De la figure 1-1, nous avons que le trajet critique associé à la réfraction au toit du second terrain vaut, à $X\bar{c}_2$:

$$2 \times \textcircled{1}^* + \textcircled{2} = \frac{2 H_1}{\cos i_{12} V_1} + \frac{X\bar{c}_2 - 2 H_1 \operatorname{tg} i_{12}}{V_2}$$

En remplaçant V_2 par $V_1/\sin i_{12}$, nous retrouvons que :

$$\frac{X\bar{c}_2}{V_2} + \frac{2 H_1}{\cos i_{12} V_1} (1 - \sin^2 i_{12}) = \frac{X\bar{c}_2}{V_2} + \frac{2 H_1 \cos i_{12}}{V_1} \quad [1]$$

Ceci égale le trajet critique, associé à la réfraction au toit du troisième terrain, qui se résume par :

$$\textcircled{3} + \textcircled{4} + \textcircled{5} + 2 \times \textcircled{6} + \textcircled{7} + \textcircled{8}$$

Ces trajets s'expriment par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} &= \frac{H_1}{\cos \beta V_1} + \frac{H_1}{\cos \alpha V_1} + \frac{H_1 \operatorname{tg} \beta \sin \Phi}{\cos i_{23} V_2} + \frac{2 H_2^- \cos \Phi}{\cos i_{23} V_2} + (X\bar{c}_2 - H_1 \operatorname{tg} \alpha) \frac{\sin \Phi}{\cos i_{23} V_2} \\ &+ \left[X\bar{c}_2 \cos \Phi - H_1 \operatorname{tg} \beta \cos \Phi - H_1 \operatorname{tg} \beta \sin \Phi \operatorname{tg} i_{23} - 2 H_2^- \cos \Phi \operatorname{tg} i_{23} - H_1 \operatorname{tg} \alpha \cos \Phi \right. \\ &\quad \left. - (X\bar{c}_2 - \operatorname{tg} \alpha) \sin \Phi \operatorname{tg} i_{23} \right] \frac{1}{V_3^{**}} \quad [2] \end{aligned}$$

* Voir figure 1-1 pour la schématisation du trajet.

** V_3 vaut $V_2/\sin i_{23}$.

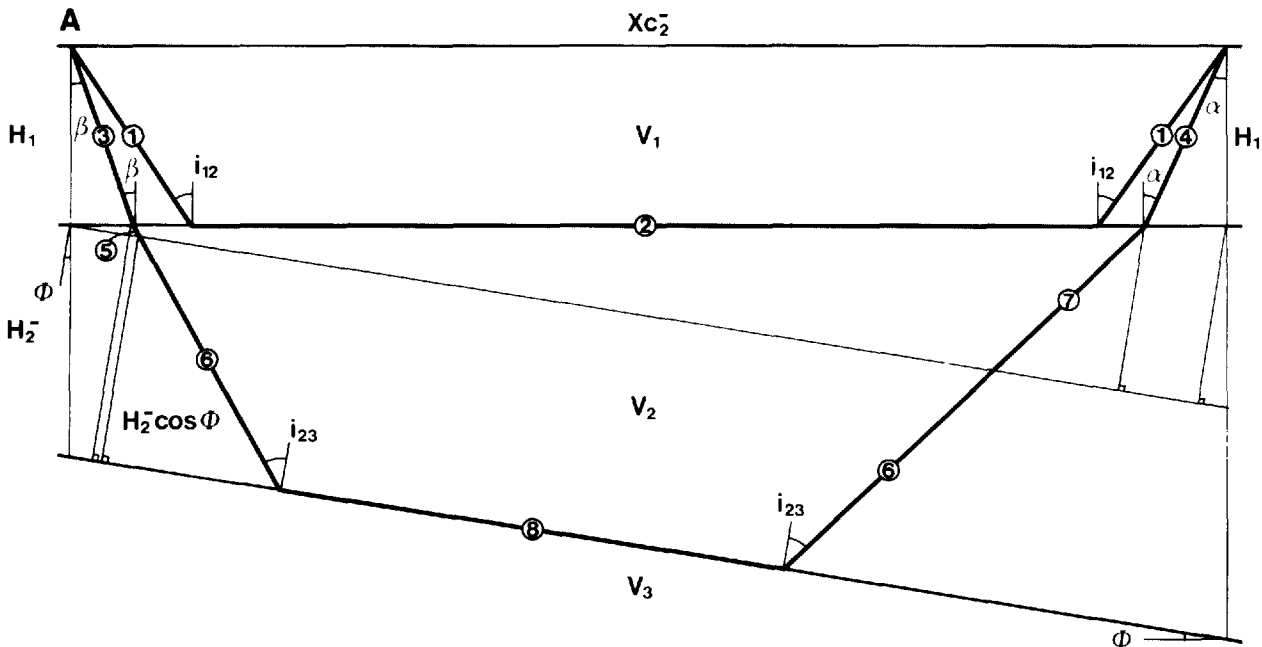


Figure 1-1 — Représentation schématique des rayons sismiques pour un cas trois terrains dont le premier est horizontal et le troisième incliné (sens du pendage aval).

Les termes H_1 associés à β se simplifient de la façon suivante :

$$\begin{aligned} & \frac{H_1}{\cos \beta V_1} + \frac{H_1 \operatorname{tg} \beta \sin \Phi}{\cos i_{23} V_2} - \frac{H_1 \operatorname{tg} \beta \cos \Phi \sin i_{23}}{V_2} - \frac{H_1 \operatorname{tg} \beta \sin \Phi \sin^2 i_{23}}{\cos i_{23} V_2} \\ &= \frac{H_1}{\cos \beta V_1} + \frac{H_1 \operatorname{tg} \beta \sin \Phi \cos i_{23}}{V_2} - \frac{H_1 \operatorname{tg} \beta \cos \Phi \sin i_{23}}{V_2} \\ &= \frac{H_1}{\cos \beta V_1} - \frac{H_1 \operatorname{tg} \beta}{V_2} (\cos \Phi \sin i_{23} - \sin \Phi \cos i_{23}) \\ &= \frac{H_1}{\cos \beta V_1} - \frac{H_1 \sin^2 \beta}{\cos \beta V_1} = \frac{H_1 \cos \beta}{V_1} \end{aligned}$$

Les termes H_1 associés à α se simplifient de la façon suivante :

$$\begin{aligned} & \frac{H_1}{\cos \alpha V_1} - \frac{H_1 \operatorname{tg} \alpha \sin \Phi}{\cos i_{23} V_2} - \frac{H_1 \operatorname{tg} \alpha \cos \Phi \sin i_{23}}{V_2} + \frac{H_1 \operatorname{tg} \alpha \sin \Phi \sin^2 i_{23}}{\cos i_{23} V_2} \\ &= \frac{H_1}{\cos \alpha V_1} - \frac{H_1 \operatorname{tg} \alpha \sin \Phi \cos i_{23}}{V_2} - \frac{H_1 \operatorname{tg} \alpha \cos \Phi \sin i_{23}}{V_2} \\ &= \frac{H_1}{\cos \alpha V_1} - \frac{H_1 \operatorname{tg} \alpha}{V_2} (\cos \Phi \sin i_{23} + \sin \Phi \cos i_{23}) \\ &= \frac{H_1}{\cos \alpha V_1} - \frac{H_1 \sin^2 \alpha}{\cos \alpha V_1} = \frac{H_1 \cos \alpha}{V_1} \end{aligned}$$

Les termes reliés à H_2^- se simplifient de la façon suivante :

$$\frac{2 H_2^- \cos \Phi}{\cos i_{23} V_2} - \frac{2 H_2^- \cos \Phi \sin^2 i_{23}}{\cos i_{23} V_2} = \frac{2 H_2^- \cos \Phi \cos i_{23}}{V_2}$$

L'équation [1] égale l'équation [2] et nous pouvons les écrire sous cette forme :

$$\begin{aligned} & \frac{X \bar{C}_2}{V_2} - \frac{X \bar{C}_2 \sin \Phi}{\cos i_{23} V_2} - \frac{X \bar{C}_2 \cos \Phi \sin i_{23}}{V_2} + \frac{X \bar{C}_2 \sin \Phi \sin^2 i_{23}}{\cos i_{23} V_2} = \\ & \frac{H_1 \cos \beta}{V_1} + \frac{H_1 \cos \alpha}{V_1} - \frac{2 H_1 \cos i_{12}}{V_1} + \frac{2 H_2^- \cos \Phi \cos i_{23}}{V_2} \end{aligned} \quad [3]$$

* Vaut $\sin(i_{23} - \Phi)$ relation trigonométrique qui égale $\frac{\sin \beta}{\sin i_{12} \sin \alpha}$
 ** Vaut $\sin(i_{23} + \Phi)$ relation trigonométrique qui égale $\frac{\sin \beta}{\sin i_{12}}$

Les termes en $X\bar{C}_2$ de l'équation [3] se simplifient pour donner:

$$\frac{X\bar{C}_2}{V_2} - \frac{X\bar{C}_2 \sin \Phi}{\cos i_{23} V_2} (1 - \sin^2 i_{23}) - \frac{X\bar{C}_2 \cos \Phi \sin i_{23}}{V_2} =$$

$$\frac{X\bar{C}_2}{V_2} - \frac{X\bar{C}_2}{V_2} (\sin \Phi \cos i_{23} + \cos \Phi \sin i_{23}) = \frac{X\bar{C}_2}{V_2} (1 - \sin (i_{23} + \Phi))$$

Et donc en isolant H_2^- nous aurons:

$$H_2^- = \frac{X\bar{C}_2 (1 - \sin (i_{23} + \Phi))}{2 \cos i_{23} \cos \Phi} - \frac{H_1 (\cos \beta + \cos \alpha - 2 \cos i_{12})}{2 \cos i_{23} \cos \Phi \sin i_{12}} \quad (23)$$

* Vaut $\sin (i_{23} + \Phi)$, relation trigonométrique.



ANNEXE II

Démonstration de l'équation (25) pour le calcul de l'épaisseur du second terrain dans le sens du pendage aval.

De la figure 2-1, nous avons que le trajet critique associé à la réfraction au toit du second terrain vaut, à $X\bar{C}_2$:

$$2 \times \textcircled{1}^* + \textcircled{2} + \textcircled{3} = \frac{2 H_1^- \cos \Phi}{\cos i_{12} V_1} + \frac{X\bar{C}_2 \sin \Phi}{\cos i_{12} V_1} + \left[\frac{X\bar{C}_2 \cos \Phi}{V_2} - \frac{2 H_1^- \cos \Phi \operatorname{tg} i_{12}}{V_2} - \frac{X\bar{C}_2 \sin \Phi \operatorname{tg} i_{12}}{V_2} \right]$$

En remplaçant V_2 par $V_1/\sin i_{12}$ et en regroupant nous retrouvons que:

$$\begin{aligned} \frac{2 H_1^- \cos \Phi \cos i_{12}}{V_1} + \frac{X\bar{C}_2 \sin \Phi \cos i_{12}}{V_1} + \frac{X\bar{C}_2 \cos \Phi \sin i_{12}}{V_1} = \\ \frac{2 H_1^- \cos \Phi \cos i_{12}}{V_1} + \frac{X\bar{C}_2 (\sin (i_{12} + \Phi))}{V_1} \end{aligned} \quad [1]$$

Ceci égale le trajet critique associé à la réfraction au toit du troisième terrain, qui se résume ainsi:

$$\textcircled{4} + \textcircled{5} + \textcircled{6} + 2 \times \textcircled{7} + \textcircled{8} + \textcircled{9}$$

Ces trajets s'expriment par les relations suivantes:

$$\begin{aligned} &= \frac{\boxed{1} H_1^- \cos \Phi}{\cos \beta V_1} + \left[\frac{\boxed{2} H_1^- \cos \Phi}{\cos \alpha V_1} + \frac{\boxed{3} X\bar{C}_2 \sin \Phi}{\cos \alpha V_1} \right] + \\ &\left[\frac{\boxed{4} H_1^- \cos \Phi \operatorname{tg} \beta - \boxed{5} H_1^- \sin \Phi}{\cos i_{23} V_2} + \frac{\boxed{6} 2 H_2^- \cos \Psi}{\cos i_{23} V_2} + \right. \end{aligned}$$

* Voir figure 2-1 pour la schématisation du trajet.

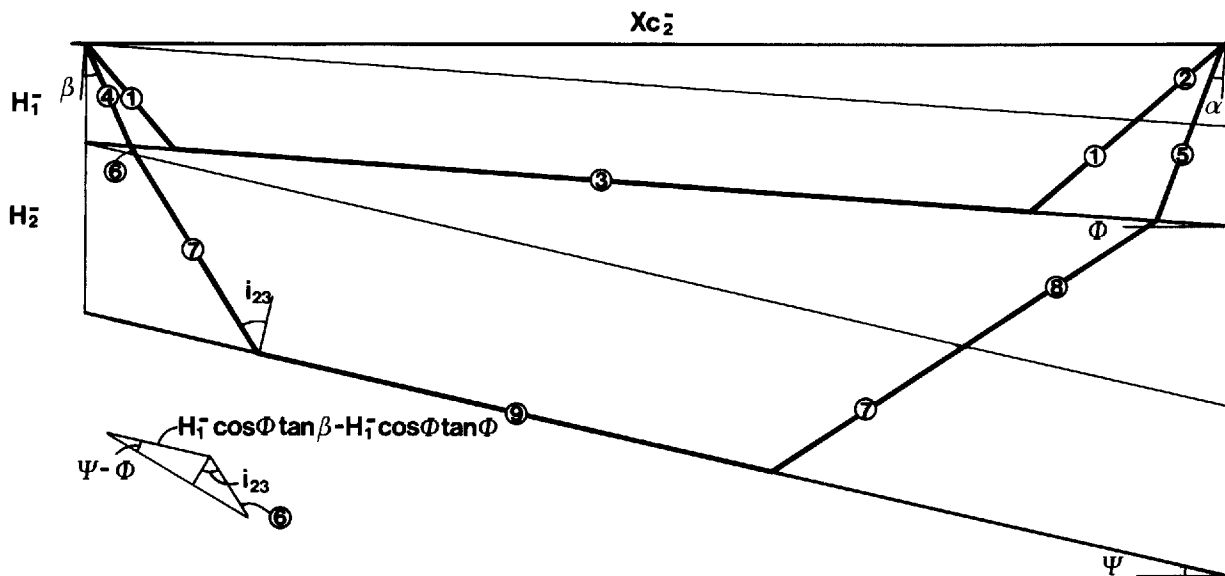


Figure 2-1 — Représentation schématique des rayons sismiques pour un cas trois terrains inclinés (sens du pendage aval).

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{ccccc} \boxed{7} & \boxed{8} & \boxed{9} & \boxed{10} & \boxed{11} \\ \frac{X\bar{c}_2}{\cos \Phi} - (H_1 + X\bar{c}_2 \operatorname{tg} \Phi) \sin \Phi - (H_1 + X\bar{c}_2 \operatorname{tg} \Phi) \cos \Phi \operatorname{tg} \alpha & & & & \end{array} \right] \frac{\sin (\Psi - \Phi)}{\cos i_{23} V_2} \\
 & + \left[\begin{array}{ccccc} \boxed{12} & \boxed{13} & \boxed{14} & \boxed{15} & \boxed{16} \\ \frac{X\bar{c}_2}{\cos \Phi} - (H_1 + X\bar{c}_2 \operatorname{tg} \Phi) \sin \Phi - (H_1 + X\bar{c}_2 \operatorname{tg} \Phi) \cos \Phi \operatorname{tg} \alpha - \right. \\
 & \left. \begin{array}{cc} \boxed{17} & \boxed{18} \\ (H_1 \cos \Phi \operatorname{tg} \beta - H_1 \cos \Phi \operatorname{tg} \Phi) \cos (\Psi - \Phi) - 2 H_2 \cos \Psi \operatorname{tg} i_{23} - \end{array} \right. \\
 & \left. \begin{array}{ccccc} \boxed{20} & \boxed{21} & \boxed{22} & \boxed{23} & \boxed{24} \\ \frac{X\bar{c}_2}{\cos \Phi} - (H_1 + X\bar{c}_2 \operatorname{tg} \Phi) \sin \Phi - (H_1 + X\bar{c}_2 \operatorname{tg} \Phi) \cos \Phi \operatorname{tg} \alpha \end{array} \right] \sin (\Psi - \Phi) \operatorname{tg} i_{23} - \\
 & \left[\begin{array}{cc} \boxed{25} & \boxed{26} \\ (H_1 \cos \Phi \operatorname{tg} \beta - H_1 \cos \Phi \operatorname{tg} \Phi) \sin (\Psi - \Phi) \operatorname{tg} i_{23} \end{array} \right] \frac{1}{V_3} \quad [2]
 \end{aligned}$$

Les termes H_1 associés à β se simplifient de la façon suivante :

$$\frac{\boxed{4} \quad H_1 \cos \Phi \operatorname{tg} \beta \sin (\Psi - \Phi)}{\cos i_{23} V_2} - \frac{\boxed{25} \quad H_1 \cos \Phi \operatorname{tg} \beta \sin (\Psi - \Phi) \sin^2 i_{23}}{\cos i_{23} V_2} -$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{H_1^- \cos \Phi \operatorname{tg} \beta \cos (\Psi - \Phi) \sin i_{23}}{V_2} \\
 = & \frac{H_1^- \cos \Phi \operatorname{tg} \beta \sin (\Psi - \Phi) \cos i_{23}}{V_2} - \frac{H_1^- \cos \Phi \operatorname{tg} \beta \cos (\Psi - \Phi) \sin i_{23}}{V_2} \\
 = & - \frac{H_1^- \cos \Phi \operatorname{tg} \beta}{V_2} (\sin i_{23} \cos (\Psi - \Phi) - \cos i_{23} \sin (\Psi - \Phi)) \\
 = & - \frac{H_1^- \cos \Phi \sin^2 \beta}{\cos \beta V_1} = \boxed{4} + \boxed{17} + \boxed{25}
 \end{aligned}$$

Ces termes simplifiés, auxquels nous ajoutons le terme $\boxed{1}$ valent, après addition :

$$\boxed{\frac{H_1^- \cos \Phi \cos \beta}{V_1}} \quad (\text{A})$$

* Vaut $\sin (i_{23} - (\Psi - \Phi))$ relation trigonométrique qui égale $\frac{\sin \beta}{\sin i_{12}}$

Les termes H_1^- associés à α , se simplifient de la même façon :

$$\begin{aligned}
 & - \frac{H_1^- \cos \Phi \operatorname{tg} \alpha \sin (\Psi - \Phi)}{\cos i_{23} V_2} - \frac{H_1^- \cos \Phi \operatorname{tg} \alpha \cos (\Psi - \Phi) \sin i_{23}}{V_2} \\
 & + \frac{H_1^- \cos \Phi \operatorname{tg} \alpha \sin (\Psi - \Phi) \sin^2 i_{23}}{\cos i_{23} V_2} \\
 = & - \frac{H_1^- \cos \Phi \operatorname{tg} \alpha \sin (\Psi - \Phi) \cos i_{23}}{V_2} - \frac{H_1^- \cos \Phi \operatorname{tg} \alpha \cos (\Psi - \Phi) \sin i_{23}}{V_2} \\
 = & - \frac{H_1^- \cos \Phi \operatorname{tg} \alpha}{V_2} (\sin (\Psi - \Phi) \cos i_{23} + \cos (\Psi - \Phi) \sin i_{23}) \\
 = & - \frac{H_1^- \cos \Phi \sin^2 \alpha}{\cos \alpha V_1} = \boxed{10} + \boxed{15} + \boxed{23}
 \end{aligned}$$

Ces termes simplifiés, auxquels nous ajoutons le terme $\boxed{2}$ valent, après addition :

** Vaut $\sin (i_{23} + (\Psi - \Phi))$ relation trigonométrique qui égale $\frac{\sin \alpha}{\sin i_{12}}$

$$\boxed{\frac{H_1^- \cos \Phi \cos \alpha}{V_1}} \quad (B)$$

Les termes H_1^- associés à Φ et $(\Psi - \Phi)$ se simplifient de la même façon suivante :

$$\begin{aligned} & - \frac{\overset{[5]}{H_1^- \sin \Phi \sin (\Psi - \Phi)}}{\cos i_{23} V_2} - \frac{\overset{[8]}{H_1^- \sin \Phi \sin (\Psi - \Phi)}}{\cos i_{23} V_2} \\ & - \frac{\overset{[13]}{H_1^- \sin \Phi \cos (\Psi - \Phi) \sin i_{23}}}{V_2} + \frac{\overset{[18]}{H_1^- \sin \Phi \cos (\Psi - \Phi) \sin i_{23}}}{V_2} \\ & + \frac{\overset{[21]}{H_1^- \sin \Phi \sin (\Psi - \Phi) \sin^2 i_{23}}}{\cos i_{23} V_2} + \frac{\overset{[26]}{H_1^- \sin \Phi \sin (\Psi - \Phi) \sin^2 i_{23}}}{\cos i_{23} V_2} \end{aligned}$$

Les termes [5] et [26] = $-\frac{H_1^- \sin \Phi \sin (\Psi - \Phi) \cos i_{23}}{V_2}$

Les termes [8] et [21] = $-\frac{H_1^- \sin \Phi \sin (\Psi - \Phi) \cos i_{23}}{V_2}$

Le résultat [5] et [26] avec [13] devient égal à :

$$\boxed{-\frac{H_1^- \sin \Phi \sin \alpha}{V_1}} \quad (C)$$

Le résultat [8] et [21] avec [18] devient égal à :

$$\boxed{+\frac{H_1^- \sin \Phi \sin \beta}{V_1}} \quad (D)$$

$$(A) + (D) = \boxed{\frac{H_1^- \cos (\beta - \Phi)}{V_1}} \quad (E)$$

et

$$(B) + (C) = \boxed{\frac{H_1^- \cos (\alpha + \Phi)}{V_1}} \quad (F)$$

Les termes H_2^- s'écrivent :

$$\boxed{6} + \boxed{19} = \frac{2 H_2^- \cos \Psi \cos i_{23}}{V_2}$$

À l'équation [1] nous pouvons greffer les termes en H_1^- et H_2^- et le tout égalera les termes en $X\bar{C}_2$.

$$\begin{aligned} & \frac{2 H_1^- \cos \Phi \cos i_{12}}{V_1} + \frac{X\bar{C}_2 \sin (i_{12} + \Phi)}{V_1} - \frac{2 H_2^- \cos \Psi \cos i_{23}}{V_2} \\ & - \frac{H_1^- \cos (\beta - \Phi)}{V_1} - \frac{H_1^- \cos (\alpha + \Phi)}{V_1} = \boxed{3} + \boxed{7} + \boxed{9} + \boxed{11} + \boxed{12} + \\ & \boxed{14} + \boxed{16} + \boxed{20} + \boxed{22} + \boxed{24} \end{aligned} \quad [3]$$

$$\boxed{7} + \boxed{9} = \frac{X\bar{C}_2 \sin (\Psi - \Phi) \cos \Phi}{\cos i_{23} V_2} \quad (G)$$

$$\boxed{12} + \boxed{14} = \frac{X\bar{C}_2 \cos (\Psi - \Phi) \sin i_{23} \cos \Phi}{V_2} \quad (H)$$

$$\boxed{11} + \boxed{24} = - \frac{X\bar{C}_2 \sin \Phi \operatorname{tg} \alpha \sin (\Psi - \Phi) \cos i_{23}}{V_2} \quad (I)$$

$$\boxed{20} + \boxed{22} = - \frac{X\bar{C}_2 \sin (\Psi - \Phi) \sin^2 i_{23} \cos \Phi}{\cos i_{23} V_2} \quad (J)$$

Le second terme de l'équation [3] s'écrit :

$$\begin{aligned} & \frac{\boxed{3}}{\cos \alpha V_1} + \frac{\boxed{7} + \boxed{9}}{\cos i_{23} V_2} + \frac{\boxed{12} + \boxed{14}}{V_2} \\ & - \frac{\boxed{11} + \boxed{24}}{V_2} - \frac{\boxed{20} + \boxed{22}}{\cos i_{23} V_2} \\ & - \frac{\boxed{16}}{V_2} \\ & - \frac{X\bar{C}_2 \sin \Phi \operatorname{tg} \alpha \cos (\Psi - \Phi) \sin i_{23}}{V_2} \end{aligned}$$

De là, (G) + (J) vaut:
$$\frac{X\bar{C}_2 \sin(\Psi - \Phi) \cos \Phi \cos i_{23}}{V_2} \quad (K)$$

$$(K) + (H) = \frac{X\bar{C}_2 \cos \Phi}{V_2} \left[\sin i_{23} \cos(\Psi - \Phi) + \cos i_{23} \sin(\Psi - \Phi) \right]$$

$$= \frac{X\bar{C}_2 \cos \Phi \sin \alpha}{V_1} \quad (L)$$

$$(I) + \boxed{16} = - \frac{X\bar{C}_2 \sin \Phi \operatorname{tg} \alpha}{V_2} \left[\sin i_{23} \cos(\Psi - \Phi) + \cos i_{23} \sin(\Psi - \Phi) \right]$$

$$= - \frac{X\bar{C}_2 \sin \Phi \sin^2 \alpha}{\cos \alpha V_2} \quad (M)$$

Et le second terme de l'équation [3] se résume par:

$$\frac{X\bar{C}_2 \sin \Phi}{\cos \alpha V_1} + \frac{X\bar{C}_2 \cos \Phi \sin \alpha}{V_1} - \frac{X\bar{C}_2 \sin \Phi \sin^2 \alpha}{\cos \alpha V_1}$$

$$= \frac{X\bar{C}_2 \sin \Phi \cos \alpha}{V_1} + \frac{X\bar{C}_2 \cos \Phi \sin \alpha}{V_1} = \frac{X\bar{C}_2 \sin(\alpha + \Phi)}{V_1} \quad (N)$$

L'équation [3] après toutes ces simplifications et en isolant H_2^- donnera:

$$H_2^- = \frac{X\bar{C}_2 (\sin(i_{12} + \Phi) - \sin(\alpha + \Phi))}{2 \cos i_{23} \cos \Psi \sin i_{12}} -$$

$$\frac{H_1^- (\cos(\beta - \Phi) + \cos(\alpha + \Phi) - 2 \cos i_{12} \cos \Phi)}{2 \cos i_{23} \cos \Psi \sin i_{12}} \quad (25)$$

